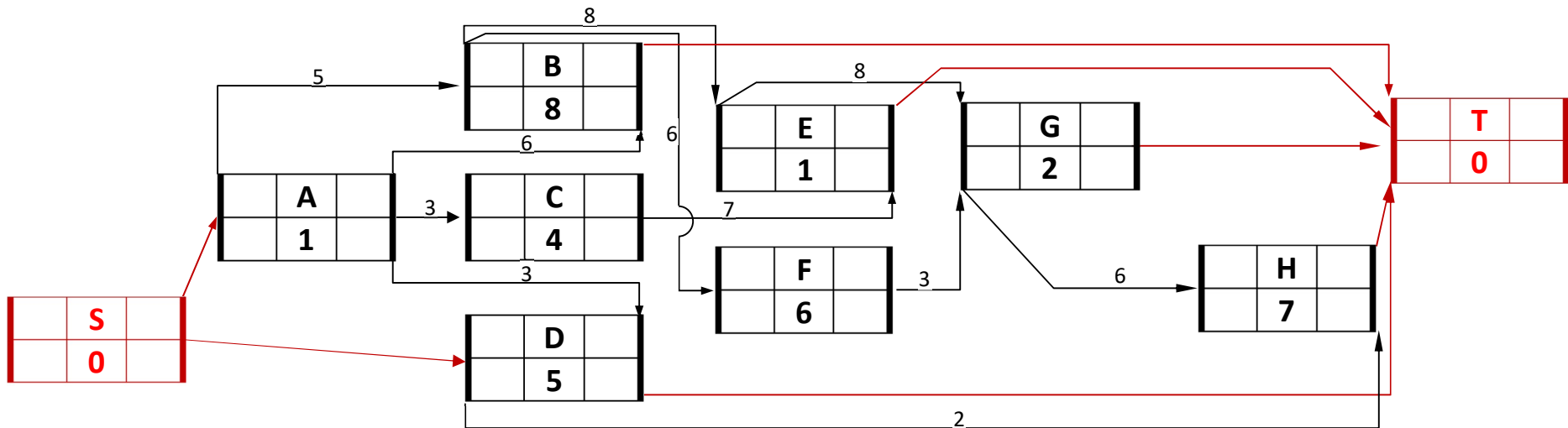


Activitate	Durata	Predecesori
A	1	-
B	8	A,FF,6;A,SS,5
C	4	A,FS,3
D	5	A,FF,3
E	1	B,SS,8;C,FF,7
F	6	B,SS,6
G	2	E,SS,8;F,FS,3
H	7	D,SF,2;G,SS,6

### I. Desenarea grafului:

- Fiecare activitate va fi reprezentata printr-un dreptunghi impartit in 6 casute
- Nodurile grafului vor fi momentele de inceput si de terminare ale activitatilor (laturile laterale ale dreptunghiurilor)
- Arcele grafului sunt activitatile si dependentele
- Daca e nevoie se introduce o activitate fictiva (durata 0) de inceput si, la fel, daca e nevoie una fictive de terminare
- Activitatile se pun pe coloane, de la stanga la dreapta, pentru a sugera axa timpului stanga->dreapta. In prima coloana fiind activitatile care nu depend de nimeni si in orice coloana ulterioara toate activitatile care depend doar de cele desenate deja (Obs. Prin aceasta metoda vor fi puse toate activitatile deoarece nu exista circuite)
- Dependentele se deseneaza ca sageti intre capetele activitatilor, conform tipului acestora si pe ele se trece intarzierea.



#### Activitatile:

1. Activitati care nu depend de nici una anterioara: {A} => Pe prima coloana va fi desenata A
2. Toate activitatile care depend doar de cele deja desenate ({A}) sunt {B,C,D} => B,C,D se pun pe a doua coloana.
3. Toate activitatile care depend doar de cele deja desenate ({A,B,C,D}) sunt {E,F} => E,F se pun pe a treia coloana.
4. Toate activitatile care depend doar de cele deja desenate ({A,B,C,D,E,F}) sunt {G} => G se pune pe a patra coloana.
5. Toate activitatile care depend doar de cele deja desenate ({A,B,C,D,E,F,G}) sunt {H} => H se pune pe a cincea coloana.

#### Dependentele:

1. A,FF,6 => B depinde de A de tipul "finish to finish", deci vom duce o sageata de la finalul lui A spre finalul lui B
2. A,SS,5 => B depinde de A de tipul "start to start", deci vom duce o sageata de la inceputul lui A spre inceputul lui B
3. A,FS,3 => C depinde de A de tipul "finish to start", deci vom duce o sageata de la finalul lui A spre inceputul lui C
4. A,FF,3 => D depinde de A de tipul "finish to finish", deci vom duce o sageata de la finalul lui A spre finalul lui D
5. B,SS,8 => E depinde de B de tipul "start to start", deci vom duce o sageata de la inceputul lui B spre inceputul lui E
6. C,FF,7 => E depinde de C de tipul "finish to finish", deci vom duce o sageata de la finalul lui C spre finalul lui E
7. B,SS,6 => F depinde de B de tipul "start to start", deci vom duce o sageata de la inceputul lui B spre inceputul lui F

8. E,SS,8 => G depinde de E de tipul "start to start", deci vom duce o sageata de la inceputul lui E spre inceputul lui G
9. F,FS,3 => G depinde de F de tipul "finish to start", deci vom duce o sageata de la finalul lui F spre inceputul lui G
10. D,SF,2 => H depinde de D de tipul "start to finish", deci vom duce o sageata de la inceputul lui D spre finalul lui H
11. G,SS,6 => H depinde de G de tipul "start to start", deci vom duce o sageata de la inceputul lui G spre inceputul lui H

**Noduri initiale** (noduri in care nu intra nici un arc. Obs. Nodurile finale ale activitatilor nu pot fi noduri initiale, deoarece in ele intra arcul propriei activitate):

Inceputurile lui {A,D}

Deoarece avem mai multe noduri initiale vom introduce o activitate fictiva de start de finalul careia vor depinde inceputurile lui A si D

**Noduri finale** (noduri din care nu pleaca nici un arc. Obs. Nodurile initiale ale activitatilor nu pot fi noduri initiale deoarece din ele pleaca arcul propriei activitate):

Finalurile lui {B,D,E,G,H}

Deoarece avem mai multe noduri finale vom introduce o activitate fictiva de terminare al carui inceput va depinde de finalurile lui B,D,E,G si H

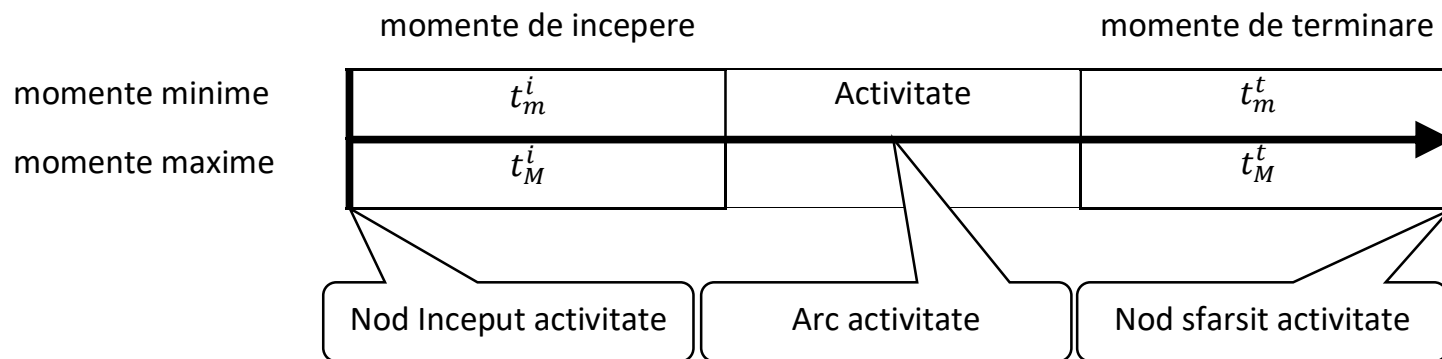
In acest moment graful are un singur nod initial (inceputul lui S) si unul singur final (finalul lui T).

## II. Programarea activitatilor

Programarea unei activitati consta in a gasi, pe baza structurii proiectului, 4 momente importante privind desfasurarea acesteia si anume:

	Descriere	Denumire	Prescurtare romana	Prescurtare engleza
1	Cel mai devreme moment la care poate incepe	Timpul minim de incepere	$t_m^i$	EST (Early Start Time)
2	Cel mai tarziu moment la care poate incepe	Timpul maxim de incepere	$t_M^i$	LST (Last Start Time)
3	Cel mai devreme moment la care se poate termina	Timpul minim de terminare	$t_m^t$	EFT (Early Finish Time)
4	Cel mai tarziu moment la care se poate termina	Timpul maxim de terminare	$t_M^t$	LFT (Last Finish Time)

In tabelul activitatii acestea se trec astfel:



Deoarece cel mai devreme moment la care poate incepe o activitate este cel mai devreme moment la care se termina toate succesiunile de activitati dinaintea acesteia, iar toate aceste succesiuni se termina cand se termina cea mai lunga dintre ele, avem de fapt:

**Cel mai devreme moment = valoarea celui mai lung drum de la nodul initial al grafului**

Deoarece cel mai tarziu moment pana la care se poate amana o activitate este cel mai tarziu moment de la care mai avem timp sa terminam toate succesiunile de activitate care vin dupa acesta, iar toate aceste succesiuni se termina cand se termina cea mai lunga dintre ele, avem de fapt:

**Cel mai tarziu moment = durata proiectului minus valoarea celui mai lung drum pana la nodul final al grafului**

Astfel incat pentru timpii minimi vom aplica un algoritm de drum de valoare maxima, de la inceputul proiectului pana la finalul acestuia iar pentru timpii maximi un algoritm de drum de valoare minima de la finalul proiectului pana la inceputul acestuia.

Algoritmul utilizat este unul asemanator lui Dijkstra, in sensul ca se calculeaza valori pentru noduri, ca fiind lungimea celui mai lung drum de la nodul initial pana la acestea, dar cu diferenta ca toate nodurile sunt definitive din prima (nu exista noduri temporare). Acest algoritm este posibil pentru ca graful unui proiect nu are circuite. Algoritmul specificat este algoritmul lui Ford simplificat.

Deoarece timpii maximi se raporteaza la momentul de terminare al proiectului iar cei minimi la cel de inceput, ordinea in care se calculeaza timpii este:

- a) Dacă proiectul are data de începere fixate, atunci stim timpul minim de începere al activității inițiale și pe baza lui putem calcula timpii minimi până găsim timpul minim de terminare a proiectului, apoi, pe baza lui, a riscurilor privind timpul de execuție și cerințele beneficiarului fixăm momentul maxim de terminare a proiectului, care e momentul maxim de terminare al activității finale și, pe baza ei, găsim toți ceilalți timpi maximi.
- b) Dacă proiectul are data de finalizare impusă se face invers (timpii maximi apoi cei minimi).

Presupunem în continuare că avem un proiect cu data de începere impusă și momentul minim de începere este 0 (zero).

Etapa 1: timpii minimi

Pas inițializare: Nodul de începere al activității S primește valoarea 0 (nu există nici un drum între el și el însuși) și această valoare este și momentul minim de începere a lui S. Celelalte noduri pornesc fără valoare.

Pas 1. Toate nodurile care nu au încă valoarea calculată, în care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {nodul de terminare a lui S}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculează cel mai lung drum de la începutul lui S la acestea:

Terminarea lui S: În terminarea lui S se poate ajunge doar din începutul lui S iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput S}) + \text{durata}(S)\} = 0$

Pas 1. Toate nodurile care nu au încă valoarea calculată, în care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {nodul de început a lui A, nodul de început al lui D}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculează cel mai lung drum de la începutul lui S la acestea:

Inceputul lui A: În începutul lui A se poate ajunge doar din terminarea lui S iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{final S}) + \text{intarziere}(S \rightarrow A)\} = 0$

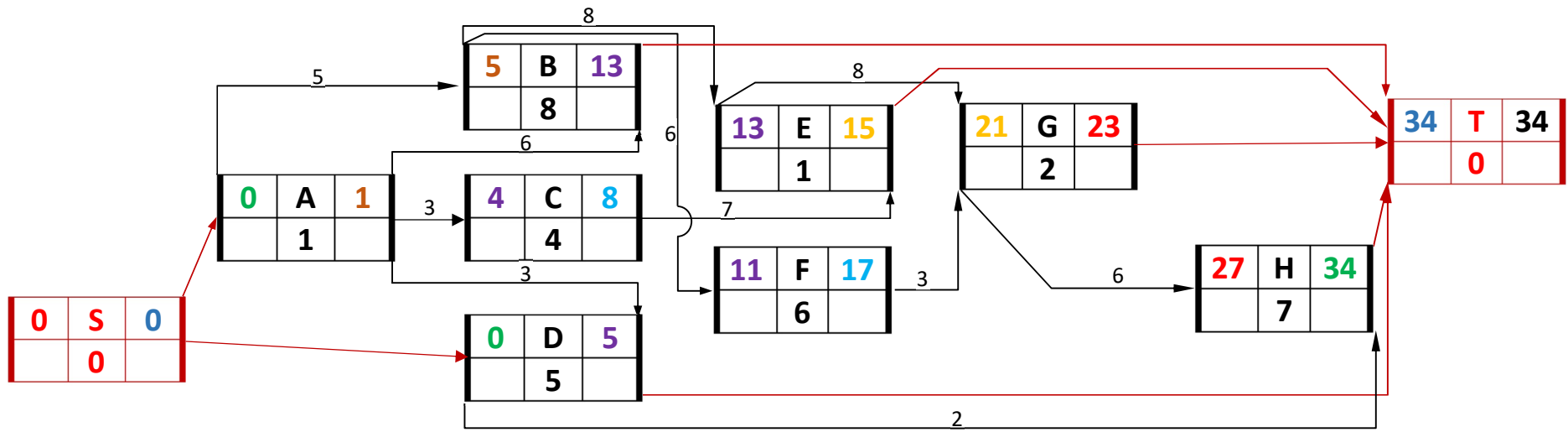
Inceputul lui D: În începutul lui D se poate ajunge doar din terminarea lui S iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{final S}) + \text{intarziere}(S \rightarrow D)\} = 0$

Pas 1. Toate nodurile care nu au încă valoarea calculată, în care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {finalul lui A, începutul al lui B}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculează cel mai lung drum de la începutul lui S la acestea:

Finalul lui A: În finalul lui A se poate ajunge doar din începutul lui A iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput A}) + \text{durata}(A)\} = 1$

Inceputul lui B: În începutul lui B se poate ajunge doar din începutul lui A iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput A}) + \text{intarziere}(A \rightarrow B)\} = 5$



Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, in care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {finalul lui B, inceputul al lui C, inceputul lui E, inceputul lui F, finalul lui D}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la inceputul lui S la acestea:

Finalul lui B: In finalul lui B se poate ajunge doar din terminarea lui A si din inceputul lui B. Lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{final A}) + \text{intraziere (A->B)}, \text{valoare}(\text{inceput B}) + \text{durata(B)}\} = \max\{1+6, 5+8\} = 13$

Inceputul lui C: In inceputul lui C se poate ajunge doar din finalul lui A iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{final A}) + \text{intarziere(A->C)}\} = 4$

Inceputul lui E: In inceputul lui E se poate ajunge doar din inceputul lui B iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput B}) + \text{intarziere(B->E)}\} = 13$

Inceputul lui F: In inceputul lui F se poate ajunge doar din inceputul lui B iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput B}) + \text{intarziere(B->F)}\} = 11$

Finalul lui D: In finalul lui D se poate ajunge doar din terminarea lui A si din inceputul lui D. Lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{final A}) + \text{intraziere (A->D)}, \text{valoare}(\text{inceput D}) + \text{durata(D)}\} = \max\{1+3, 0+5\} = 5$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, in care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {finalul lui C, finalul lui F}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la inceputul lui S la acestea:

Finalul lui C: In finalul lui C se poate ajunge doar din inceputul lui C iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput C}) + \text{durata(C)}\} = 8$

Finalul lui F: In finalul lui F se poate ajunge doar din inceputul lui F iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput F}) + \text{durata}(\text{F})\} = 17$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, in care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {inceputul lui G, finalul lui E}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la inceputul lui S la acestea:

Inceputul lui G: In inceputul lui G se poate ajunge doar din terminarea lui F si din inceputul lui E. Lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{final F}) + \text{intraziere}(\text{F} \rightarrow \text{G}), \text{valoare}(\text{inceput E}) + \text{intarziere}(\text{E} \rightarrow \text{G})\} = \max\{17+3, 13+8\} = 21$

Finalul lui E: In finalul lui E se poate ajunge doar din inceputul lui E si din finalul lui C: lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput E}) + \text{durata}(\text{E}), \text{valoare}(\text{final C}) + \text{intarziere}(\text{C} \rightarrow \text{E})\} = \max\{13+1, 8+7\} = 15$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, in care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {finalul lui G, inceputul lui H}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la inceputul lui S la acestea:

Finalul lui G: In finalul lui G se poate ajunge doar din inceputul lui G iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput G}) + \text{durata}(\text{G})\} = 23$

Inceputul lui H: In inceputul lui H se poate ajunge doar din inceputul lui G iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput G}) + \text{intarziere}(\text{G} \rightarrow \text{H})\} = 27$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, in care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {finalul lui H}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la inceputul lui S la acestea:

Finalul lui H: In finalul lui H se poate ajunge doar din inceputul lui D si din inceputul lui H. Lungimea drumului este:  $\max\{\text{valoare}(\text{inceput D}) + \text{intraziere}(\text{D} \rightarrow \text{H}), \text{valoare}(\text{inceput H}) + \text{durata}(\text{H})\} = \max\{0+2, 27+7\} = 34$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, in care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {inceputul lui T}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la inceputul lui S la acestea:

Inceputul lui T: depinde doar de finalurile lui B, D, E, G si H =>  $\max\{13+0, 5+0, 15+0, 23+0, 34+0\} = 34$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, in care se poate doar ajunge din nodurile cu valoare sunt {finalul lui T}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la inceputul lui S la acestea:

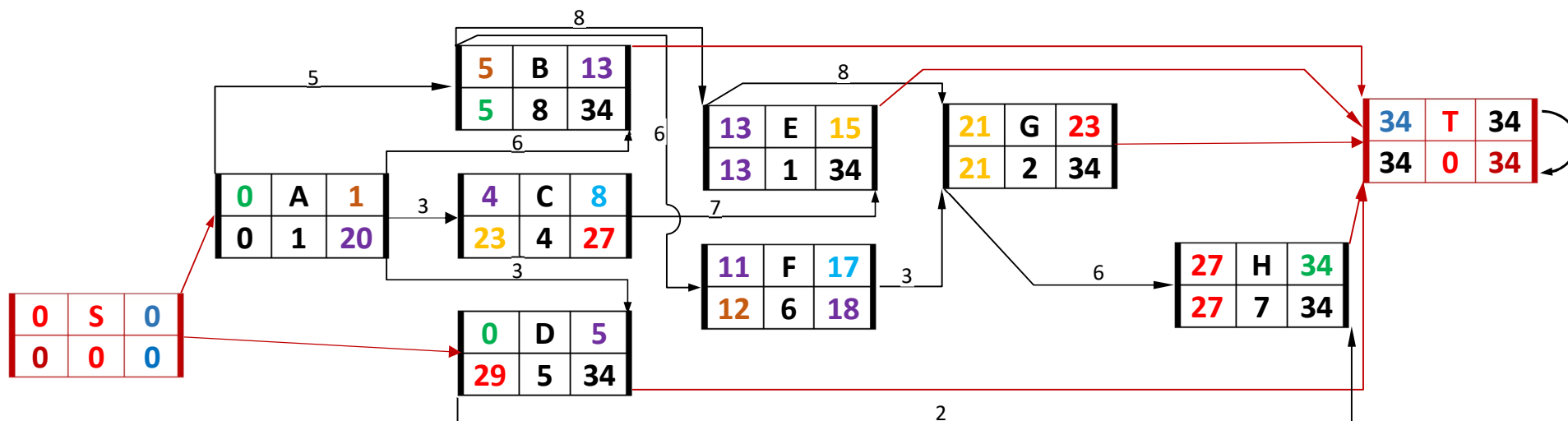
Finalul lui T: depinde doar de inceputul lui T =>  $\max\{34+0\} = 34$

In acest moment s-a terminat etapa 1 si am aflat ca durata minima de executie a intregului proiect este 34. Aceasta nu devine automat si durata de executie impusa. Daca proiectul este de lunga durata si sunt multi factori de risc care pot lungi durata acestuia atunci durata impusa este durata minima plus un timp suplimentar care sa acopere riscul. Daca proiectul e foarte simplu, fara factori seriosi de risc durata impusa poate fi cea minima.

Vom presupune in continuare ca suntem in ultima situatie, deoarece nu facem in acest exemplu si o analiza de risc.

## Etapa 2. Calcularea timpilor maximi

Initializare: Nodul de final al activitatii T primeste valoarea 34 (nu exista nici un drum intre el si el insusi) si aceasta valoare este si momentul maxim de incepere a lui T. Celelalte noduri pornesc fara valoare maxima.



Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {nodul de inceput a lui T}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

Inceputul lui T: Din inceputul lui T se poate ajunge doar in sfarsitul lui T iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\min\{\text{valoare}(\text{final T}) - \text{durata}(\text{T})\} = 34$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {finaluri B,D,E,G,H}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:



Finalul lui B: Din finalul lui B se poate ajunge doar in inceputul lui T iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput T}) - \text{intarziere}(\text{B} \rightarrow \text{T})\} = 34$

Finalul lui D: Din finalul lui D se poate ajunge doar in inceputul lui T iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput T}) - \text{intarziere}(\text{D} \rightarrow \text{T})\} = 34$

Finalul lui E: Din finalul lui E se poate ajunge doar in inceputul lui T iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput T}) - \text{intarziere}(\text{E} \rightarrow \text{T})\} = 34$

Finalul lui G: Din finalul lui G se poate ajunge doar in inceputul lui T iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput T}) - \text{intarziere}(\text{G} \rightarrow \text{T})\} = 34$

Finalul lui H: Din finalul lui H se poate ajunge doar in inceputul lui T iar pe acest traseu lungimea drumului este:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput T}) - \text{intarziere}(\text{H} \rightarrow \text{T})\} = 34$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {inceput D, inceput H, final C}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

Inceput D:  $\min\{\text{valoare}(\text{final H}) - \text{intarziere}(\text{D} \rightarrow \text{H}), \text{valoare}(\text{final D}) - \text{durata}(\text{D})\} = \min\{34-2, 34-5\} = 29$

Inceput H:  $\min\{\text{valoare}(\text{final H}) - \text{durata}(\text{H})\} = 27$

Final C:  $\min\{\text{valoare}(\text{final E}) - \text{intarziere}(\text{C} \rightarrow \text{E})\} = 27$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {inceput G, inceput C}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

Inceput G:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput H}) - \text{intarziere}(\text{G} \rightarrow \text{H}), \text{valoare}(\text{final G}) - \text{durata}(\text{G})\} = \min\{27-6, 34-2\} = 21$

Inceput C:  $\min\{\text{valoare}(\text{final C}) - \text{durata}(\text{C})\} = 23$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {inceput E, final F, final A}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

Inceput E:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput G}) - \text{intarziere}(\text{E} \rightarrow \text{G}), \text{valoare}(\text{final E}) - \text{durata}(\text{E})\} = \min\{21-8, 34-1\} = 13$

Final F:  $\min\{\text{valoare}(\text{inceput G}) - \text{intarziere}(\text{F} \rightarrow \text{G})\} = 18$

Final A:  $\min\{\text{valoare}(\text{final B}) - \text{intarziere}(\text{A} \rightarrow \text{B}), \text{valoare}(\text{inceput C}) - \text{intarziere}(\text{A} \rightarrow \text{C}), \text{valoare}(\text{final D}) - \text{intarziere}(\text{A} \rightarrow \text{D})\} = \min\{34-6, 23-3, 34-3\} = 20$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {inceput F}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

Inceput F:  $\min\{\text{valoare}(\text{final F}) - \text{durata}(\text{F})\} = 12$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {inceput B}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

$$\text{Inceput B: } \min\{\text{valoare}(\text{Inceput E}) - \text{intarziere}(\text{B} \rightarrow \text{E}), \text{valoare}(\text{inceput F}) - \text{intarziere}(\text{B} \rightarrow \text{F}), \text{valoare}(\text{final B}) - \text{durata}(\text{B})\} = \min\{13-8, 12-6, 34-8\}=5$$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {inceput A}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

$$\text{Inceput A: } \min\{\text{valoare}(\text{inceput B}) - \text{intarziere}(\text{A} \rightarrow \text{B}), \text{valoare}(\text{final A}) - \text{durata}(\text{A})\} = \min\{5-5, 20-1\}=0$$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {Final S}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

$$\text{Final S: } \min\{\text{valoare}(\text{inceput A}) - \text{intarziere}(\text{S} \rightarrow \text{A}), \text{valoare}(\text{inceput D}) - \text{intarziere}(\text{S} \rightarrow \text{D})\} = \min\{0-0, 29-0\}=0$$

Pas 1. Toate nodurile care nu au inca valoarea calculata, din care se poate ajunge doar in nodurile cu valoare sunt {inceput S}.

Pas 2. Pentru aceste noduri se calculeaza cel mai lung drum de la ele la sfarsitul lui T:

$$\text{Inceput S: } \min\{\text{valoare}(\text{final S}) - \text{durata}(\text{S})\} = \min\{0-0\}=0$$