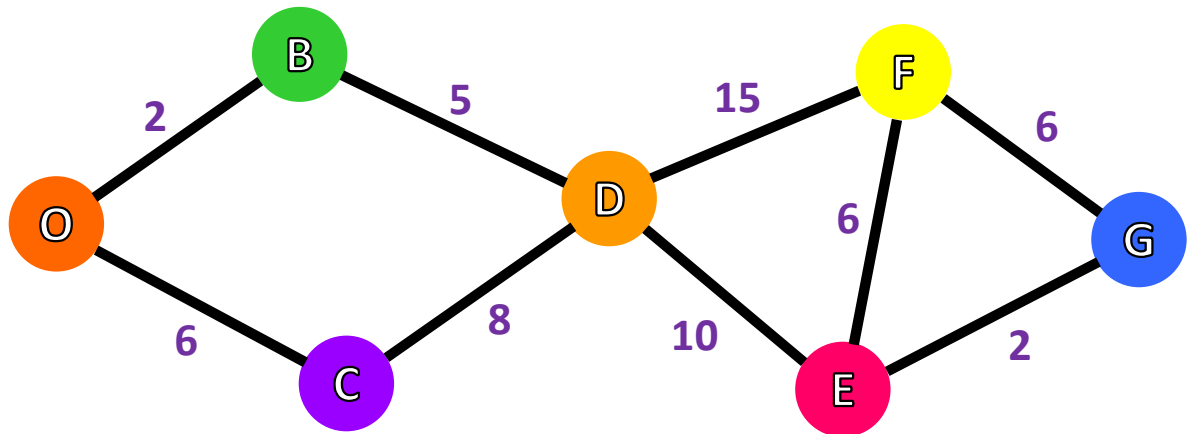


## Exemplu de aplicare a algoritmului lui Dijkstra

Fie graful:



Gasiti drumul cel mai scurt de la nodul A la nodul G.

*Rezolvare*

Notam cu X multimea nodurilor definitive si cu Y multimea nodurilor temporare.

Initializare:  $X=\{A\}, Y=\emptyset, v(A)=0$

---

Pasul 1. Intra in Y toate nodurile care nu sunt in X sau Y si care sunt la extremitatea unui arc care pleaca din X (nodurile in care poti ajunge printr-un arc direct de la un nod definitiv)

$\{B,C\} \rightarrow Y \Rightarrow X=\{A\}, Y=\{B,C\}$

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y (pe baza tuturor nodurilor care au valoare si din care se poate ajunge in nodul caruia I se calculeaza valoarea)

B: posibilitati de a ajunge in B din noduri din X sau Y:  $\{A \rightarrow B\}$

$$A \rightarrow B: v(B) = v(A) + v(A,B) = 0 + 2 = 2$$

Minimul pentru posibilitati:  $v(B) = \min\{2\} = 2;$

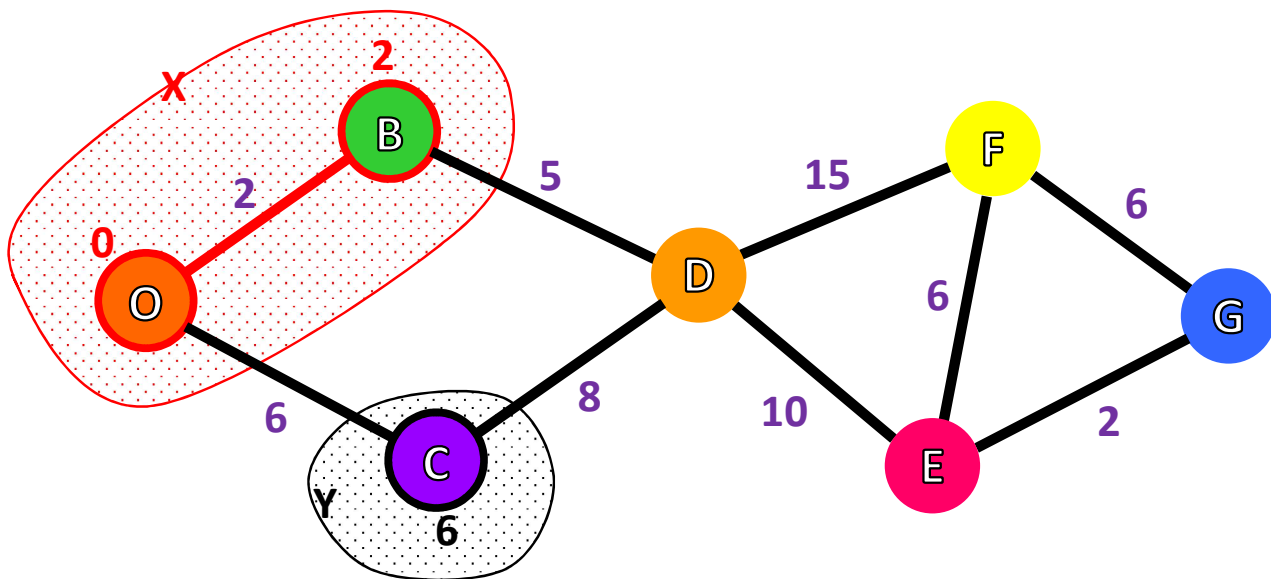
C: posibilitati de a ajunge in C din noduri din X sau Y: {O->C}

$$O \rightarrow C: v(C) = v(O) + v(O,C) = 0 + 6 = 6$$

Minimul pentru posibilitati:  $v(C) = \min\{6\} = 6$ ;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima:  $\min\{v(B), v(C)\} = \min\{2, 6\} = 2$  pentru B => B intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

$$X = \{O, B\}, Y = \{C\}, v(B) = 2, v(C) = 6;$$



Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

---

Pasul 1: D -> Y => X={O,B}, Y={C,D}

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

C: posibilitati de a ajunge in C din noduri din X sau Y: {O->C}

$$O \rightarrow C: v(C) = v(O) + v(O,C) = 0 + 6 = 6$$

Minimul pentru posibilitati:  $v(C) = \min\{6\} = 6$ ;

D: posibilitati de a ajunge in B din noduri din X sau Y: {B->D, C->D}

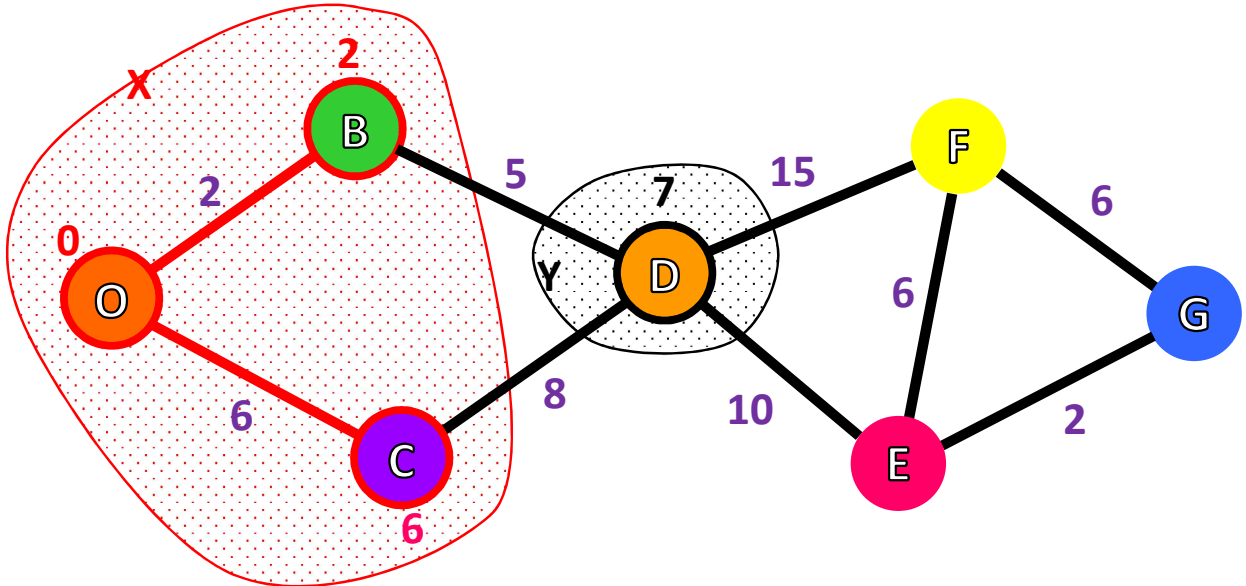
$$B \rightarrow D: v(D) = v(B) + v(B,D) = 2 + 5 = 7$$

$$C \rightarrow D: v(D) = v(C) + v(C,D) = 6 + 8 = 14$$

Minimul pentru posibilitati:  $v(D) = \min\{7, 14\} = 7$ ;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima:  $\min\{v(C),v(D)\} = \min\{6,7\} = 6$  pentru C => C intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

$X=\{O,B,C\}$ ,  $Y = \{D\}$ ,  $v(B)=2$ ,  $v(C)=6$ ,  $v(D)=7$ ;



Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

Pasul 1: nu intra nimic in Y =>  $X=\{O,B,C\}$ ,  $Y=\{D\}$

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

D: posibilitati de a ajunge in B din noduri din X sau Y:  $\{B \rightarrow D, C \rightarrow D\}$

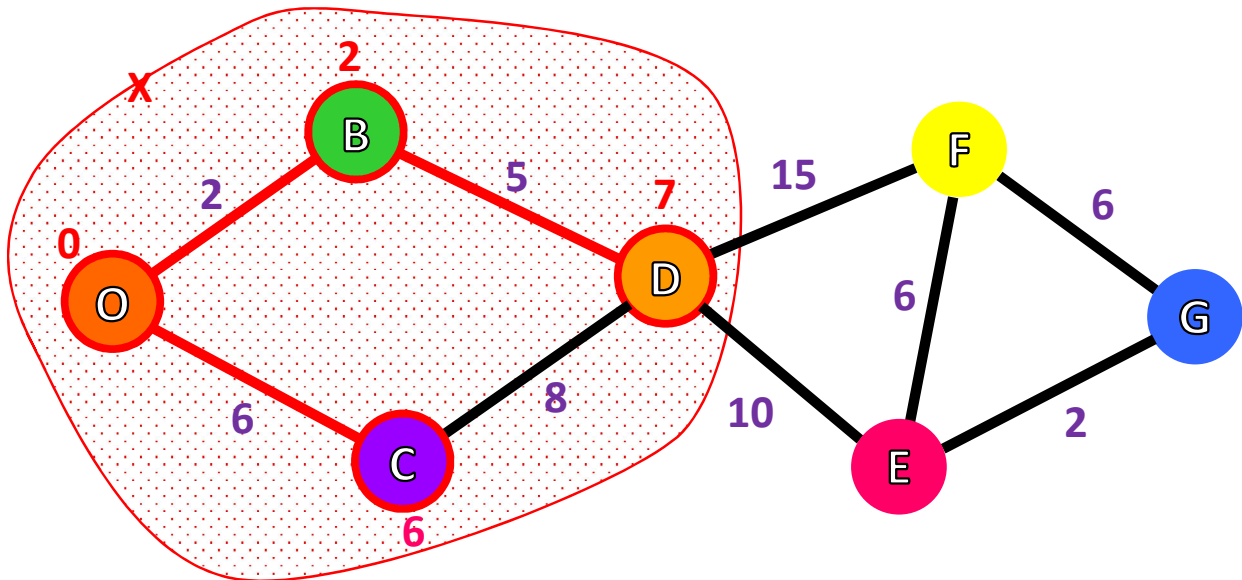
$$B \rightarrow D: v(D) = v(B) + v(B,D) = 2 + 5 = 7$$

$$C \rightarrow D: v(D) = v(C) + v(C,D) = 6 + 8 = 14$$

Minimul pentru posibilitati:  $v(D) = \min\{7, 14\} = 7$ ;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima:  $\min\{v(D)\} = \min\{7\} = 7$  pentru D => D intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

$X=\{O,B,C,D\}$ ,  $Y = \emptyset$ ,  $v(O)=0$ ,  $v(B)=2$ ,  $v(C)=6$ ,  $v(D)=7$ ;



Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

---

Pasul 1: E si F intra in Y =>  $X=\{O,B,C,D\}, Y=\{E,F\}$

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

E: posibilitati de a ajunge in E din noduri din X sau Y:  $\{D \rightarrow E\}$

$$D \rightarrow E: v(E) = v(D) + v(D,E) = 7 + 10 = 17$$

$$\text{Minimul pentru posibilitati: } v(E) = \min\{17\} = 17;$$

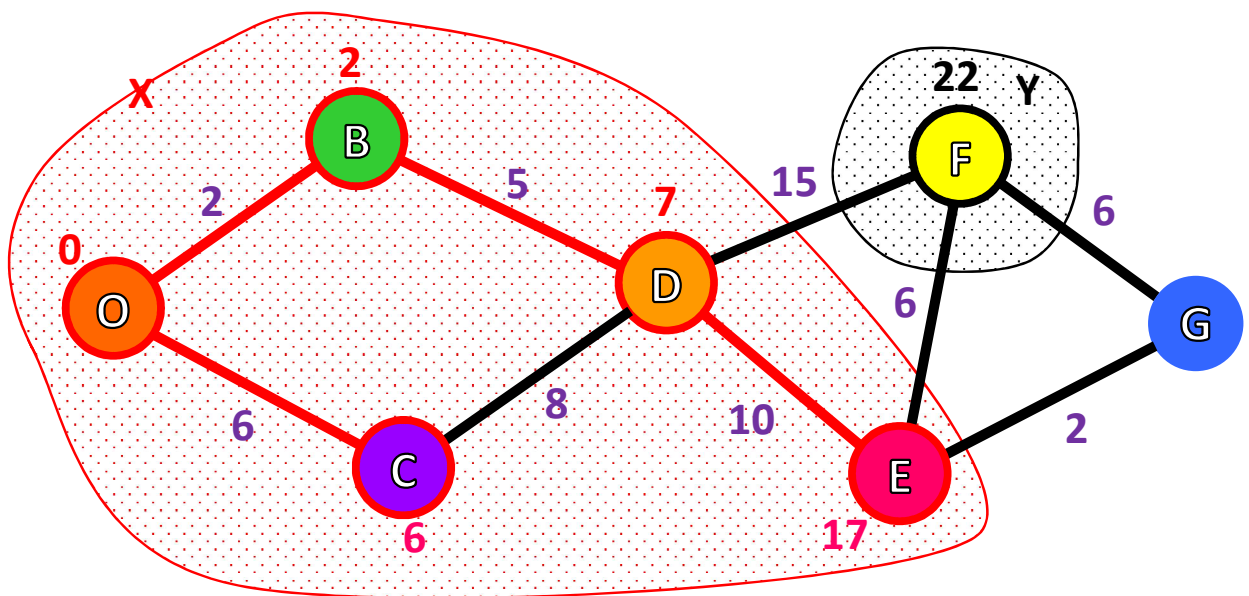
F: posibilitati de a ajunge in F din noduri din X sau Y:  $\{D \rightarrow F\}$

$$D \rightarrow F: v(F) = v(D) + v(D,F) = 7 + 15 = 22$$

$$\text{Minimul pentru posibilitati: } v(F) = \min\{22\} = 22;$$

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima:  $\min\{v(E), v(F)\} = \min\{17, 22\} = 17$  pentru E => E intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

$X=\{O,B,C,D,E\}$ ,  $Y = \{F\}$ ,  $v(O)=0$ ,  $v(B)=2$ ,  $v(C)=6$ ,  $v(D)=7$ ,  $v(E)=17$ ,  
 $v(F)=22$ ;



Deoarece G nu e inca in X reluam algoritmul de la pasul 1

Pasul 1: G intra in Y  $\Rightarrow X=\{O,B,C,D,E\}, Y=\{F,G\}$

Pasul 2. Se calculeaza (recalculeaza) valorile nodurilor din Y

F: posibilitati de a ajunge in F din noduri din X sau Y:  $\{D \rightarrow F, E \rightarrow F\}$

$$D \rightarrow F: v(F) = v(D) + v(D,F) = 7 + 15 = 22$$

$$E \rightarrow F: v(F) = v(E) + v(E,F) = 17 + 6 = 23$$

Minimul pentru posibilitati:  $v(F) = \min\{22,23\} = 22$ ;

G: posibilitati de a ajunge in G din noduri din X sau Y:  $\{E \rightarrow G, F \rightarrow G\}$

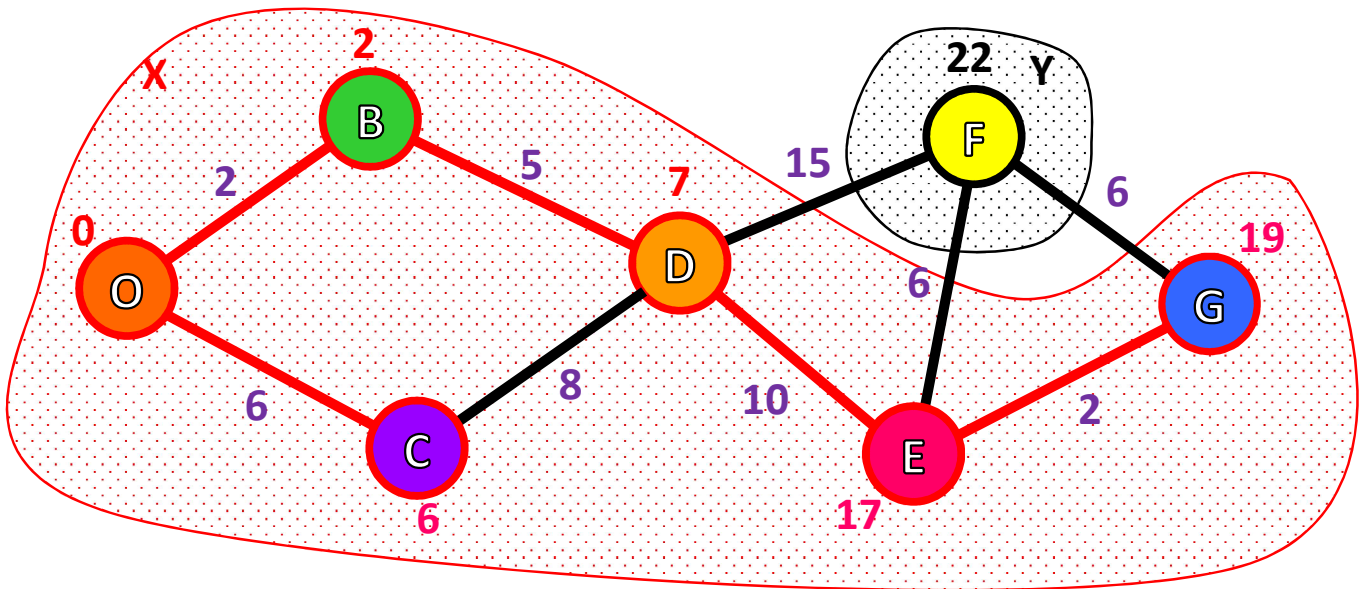
$$E \rightarrow G: v(G) = v(E) + v(E,G) = 17 + 2 = 19$$

$$F \rightarrow G: v(G) = v(F) + v(F,G) = 22 + 6 = 28$$

Minimul pentru posibilitati:  $v(G) = \min\{19,28\} = 19$ ;

Pasul 3: Intra in X nodul din Y de valoare minima:  $\min\{v(F), v(G)\} = \min\{19, 22\} = 19$  pentru G => G intra in X si dupa aceasta iteratie avem:

$X = \{O, B, C, D, E, G\}$ ,  $Y = \{F\}$ ,  $v(O) = 0$ ,  $v(B) = 2$ ,  $v(C) = 6$ ,  $v(D) = 7$ ,  $v(E) = 17$ ,  $v(F) = 22$ ,  $v(G) = 19$ ;



Nodul G a ajuns in X, deci drumul cel mai scurt de la O la G are lungimea  $v(G) = 19$  iar drumul care are aceasta lungime poate fi urmarit mergand inapoi de la G la O pe linii rosii (liniile rosii sunt cele pe care s-a obtinut minimul nodului de la finalul liniei) si este:

O -> B -> D -> E -> G  
 (2+5+10+2 = 19);

Daca dorim sa gasim cele mai scurte drumuri de la O la toate celelalte noduri continuam pana toate nodurile sunt in X;