x1 + 4x2 <= 30

2x1 + 5x2 <= 40

5x1 + 2x2 <= 40

x1>=0,x2>=0

d3

d1∩d2 = (10/3,20/3)

d2∩d3 = (40/7,40/7)

d1

(0,7.5)

d2

(8,0)

(0,0)

x1

Ox

x2

Oy

Forma Standard

x1 + 4x2 + x3 = 30

2x1 + 5x2 + x4 = 40

5x1 + 2x2 + x5 = 40

x1>=0,x2>=0,x3>=0,x4>=0,x5>=0

Se observa ca baza B3,4,5 are solutia x3 = 30, x4 = 40, x5 = 40 care este pozitiva, deci putem porni algoritmul simplex de la aceasta:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | c-> | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | <-c |  |
| cB | xB | *x*B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | <-x | θ |
| 0 | x3 | 30 | 1 | 4 | 1 | 0 | 0 |  | 30/1 |
| 0 | x4 | 40 | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | <-B-1A | 40/2 |
| 0 | x5 | 40 | **5** | 2 | 0 | 0 | 1 |  | 40/5 |
|  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | <-z |  |
|  | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | <-Δ |  |

**Criteriul de optim**: Δ >= 0? NU => solutia nu e optima

**Crieriul de optim infinit**: exista vreun Δj negativ cu toata coloana aj din B-1A <= 0? NU => Nu putem decide acum daca are sau nu optim infinit

**Criteriul intrarii in baza**: intra in baza variabila cu Δj minim (criteriu sub optimal). In acest caz avem doi Δj minimi (Δ1 = Δ2 = -1) caz in care il alegem pe primul din stanga (Δmin = Δ1) deci x1 intra in baza

**Criteriul iesirii din baza**: impartim componentele solutiei (*x*B) la coloana variabilei care intra (a1) pentru pozitiile strict pozitive din a1 si raportul minim (θmin = 40/5) da variabila care iese (x5)

*Observatia* 1: Δ trebuie ales negativ, altfel valoarea functiei obiectiv nu se imbunatateste iar θ trebuie ales pozitiv si minim, altfel noua solutie nu va fi pozitiva

*Observatia* 2: Cresterea functiei obiectiv este | Δmin \* θmin| = 40/5 = 8, deci noua valoare a functiei obiectiv f va fi 0 + 8 = 8

*Observatia* 3: Daca vrem schimbarea de baza cu cea mai mare crestere vom alege acea pereche de variabile pentru care | Δmin \* θmin| = maxim. De exemplu, daca am fi ales sa intre x2 atunci raportul minim corespunzator era tot 40/5, pentru x4 deci cresterea era tot 8, astfel incat oricare din cele 2 schimbari era la fel de buna. In acest caz se alege la intamplare oricare dintre acestea.

*Observatia* 4. Daca am fi schimbat x2 cu x4 numarul de iteratii ar fi fost cu unu mai mare

*Observatia* 5. Δj din dreptul bazei sunt toti 0

*Observatia* 6. Deoarece θmin e strict pozitiv nuexista posibilitatea ca algoritmul sa cicleze

**Tabelul simplex corespunzator noii baze**: se obtine prin regulile de pivotare:

1. Pivotul este numarul din B-1A aflat la intersectia coloanei variabilei care intra cu linia variabilei care iese;
2. Coloana pivotului are 1 la pivot si 0 in rest
3. Linia pivotului se imparte la pivot
4. Celelalte se calculeaza cu regula dreptunghiului

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| cB | xB | *x*B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |  |  |
| 0 | x3 | 22 | 0 | 18/5 | 1 | 0 | -1/5 |  | 275/18 |
| 0 | x4 | 24 | 0 | 21/5 | 0 | 1 | -2/5 |  | 40/7 |
| 1 | x1 | 8 | 1 | 2/5 | 0 | 0 | 1/5 |  | 20 |
| 8 | 0 | -3/5 | 0 | 0 | 1/5 |  |  |

*Observatie*: linia z nu se mai calculeaza deoarece Δ se calculeaza prin regulile de pivotare

**Criteriul de optim**: Δ >= 0? NU => solutia nu e optima

**Crieriul de optim infinit**: exista vreun Δj negativ cu toata coloana aj din B-1A <= 0? NU => Nu putem decide acum daca are sau nu optim infinit

**Criteriul intrarii in baza**: intra in baza variabila cu Δj minim (criteriu sub optimal). In acest caz avem un Δj negativ (Δ2 = -3/5) deci x2 intra in baza

**Criteriul iesirii din baza**: impartim componentele solutiei (*x*B) la coloana variabilei care intra (a2) pentru pozitiile strict pozitive din a2 si raportul minim (θmin = 40/7) da variabila care iese (x4)

Cresterea functiei obiectiv este | Δmin \* θmin| = 3/5 \* 40/7 = 24/7, deci noua valoare a functiei obiectiv f va fi 8+24/7 = 80/7

**Tabelul simplex corespunzator noii baze**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| c-> | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| cB | xB | *x*B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |  |  |
| 0 | x3 | **10/7** | 0 | 0 | 1 | -6/7 | 1/7 |  |  |
| 1 | x2 | **40/7** | 0 | 1 | 0 | 5/21 | -2/21 |  |  |
| 1 | x1 | **40/7** | 1 | 0 | 0 | -2/21 | 5/21 |  |  |
|  |  | 80/7 | **0** | **0** | **0** | **1/7** | **1/7** |  |  |

**Criteriul de optim**: Δ >= 0? DA => solutia e optima

*Observatie*: solutia este multipla daca exista si alti Δj egali cu 0 in afara de cei corespunzatori bazei

Daca ne uitam la grafic si la tabele observam ca:

1. Toate tabelele contin solutii din varfurile domeniului
2. Orice solutie incepand de la a 2-a corespunde la un varf adiacent printr-o latura la varful solutiei anterioare
3. Orice solutie este mai buna decat cea anterioara
4. Daca in primul tabel schimbam x1 cu x5 vom merge pe laturi de la solutia initiala la cea optima pe un traseu (cel verde = 2 iteratii) iar daca schimbam x2 cu x4 vom merge pe alt traseu (cel mov = 3 iteratii)