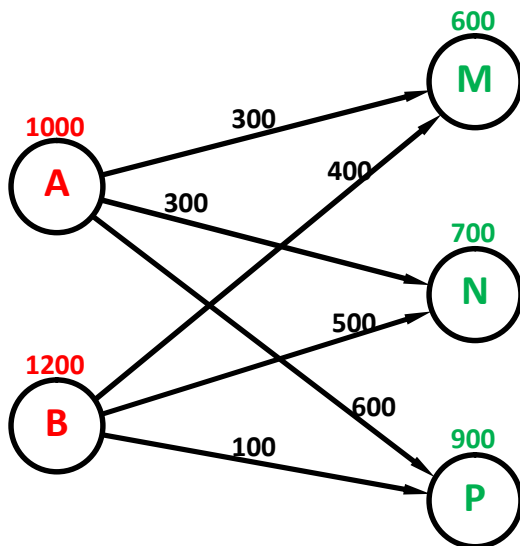
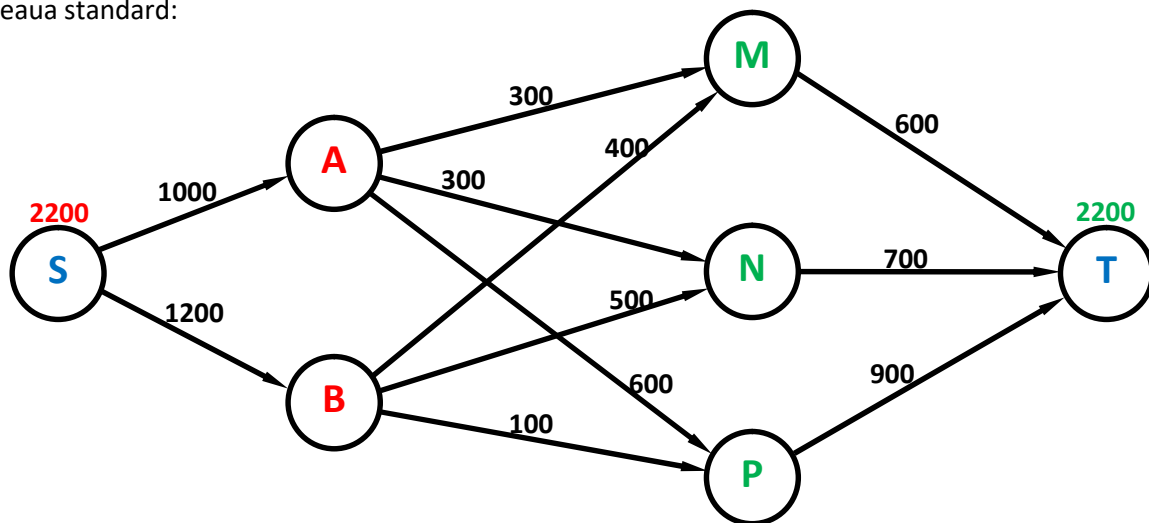


	Iesiri	M	N	P	Maxim intrari
Intrari					
A		300	300	600	1000
B		400	500	100	1200
Maxim iesiri	600	700	900		

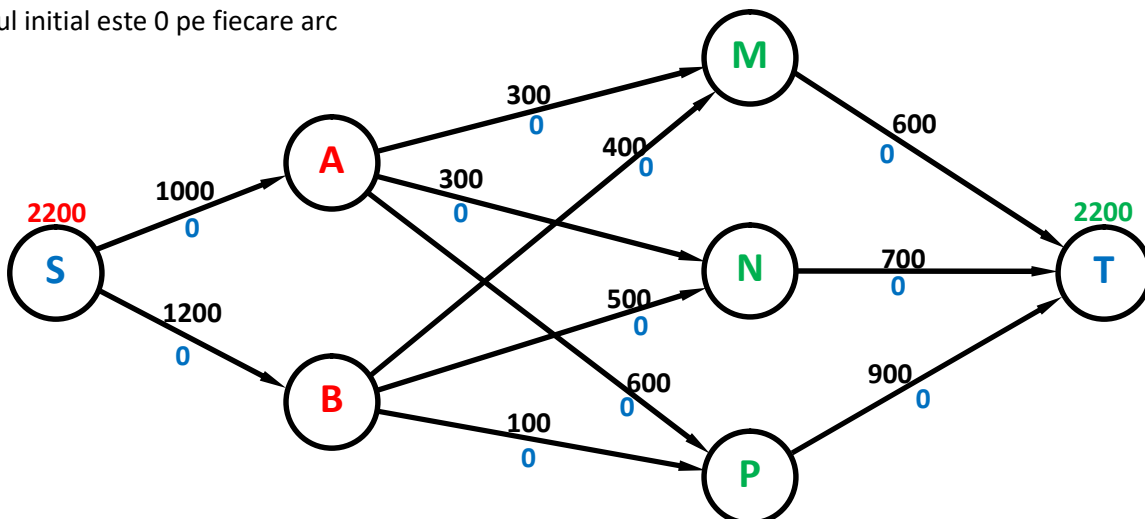
Reteaua de transport asociata:



Reteaua standard:

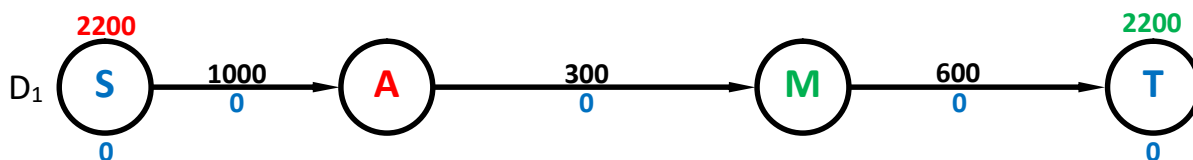


Fluxul initial este 0 pe fiecare arc

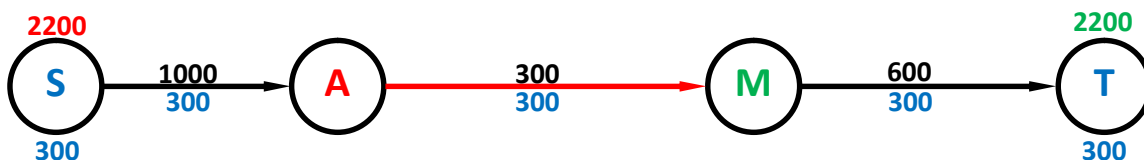


Etapa I

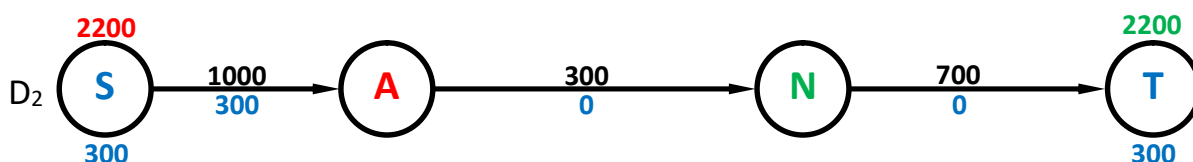
Vom lista drumurile de la S la T de sus in jos (=ordinea lexicografica). Pe masura ce listam drumurile le si folosim:



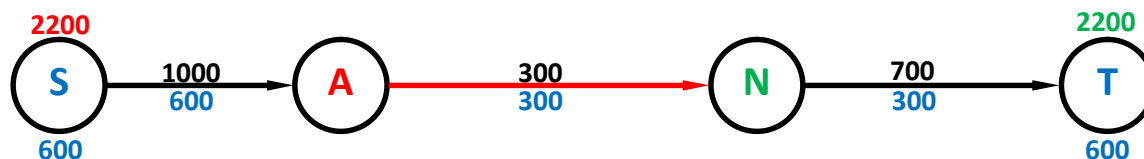
Cantitatile care mai pot trece pe arce: $S \rightarrow A: 1000-0=1000$, $A \rightarrow M: 300-0=300$, $M \rightarrow T: 600-0=600 \Rightarrow$ cea mai mare cantitate care mai poate fi adaugata pe acest drum este $\min\{1000,300,600\} = 300$



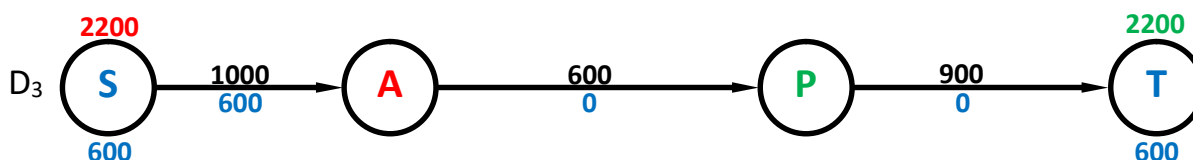
Dupa aceasta incarcare arcul A-M este umplut la maxim si nu mai poate fi folosit la alt drum.



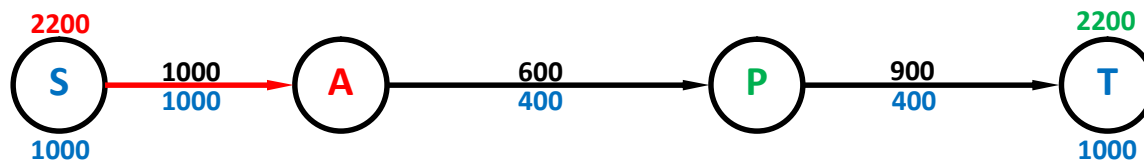
Cantitatile care mai pot trece pe arce: $S \rightarrow A: 1000-300=700$, $A \rightarrow N: 300-0=300$, $N \rightarrow T: 700-0=700 \Rightarrow$ cea mai mare cantitate care mai poate fi adaugata pe acest drum este $\min\{700,300,700\} = 300$



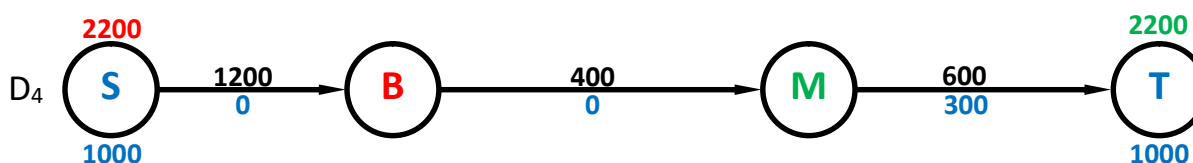
Dupa aceasta incarcare arcul A-N este umplut la maxim si nu mai poate fi folosit la alt drum.



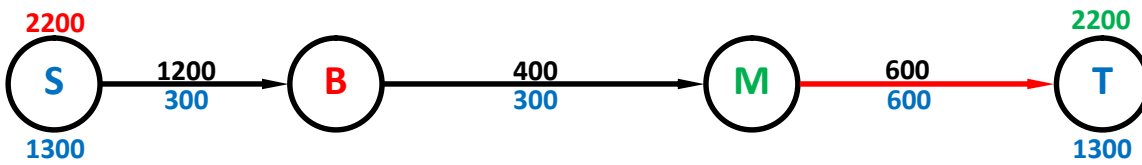
Cantitatile care mai pot trece pe arce: $S \rightarrow A: 1000-600=400$, $A \rightarrow P: 600-0=600$, $P \rightarrow T: 900-0=900 \Rightarrow$ cea mai mare cantitate care mai poate fi adaugata pe acest drum este $\min\{400,600,900\} = 400$



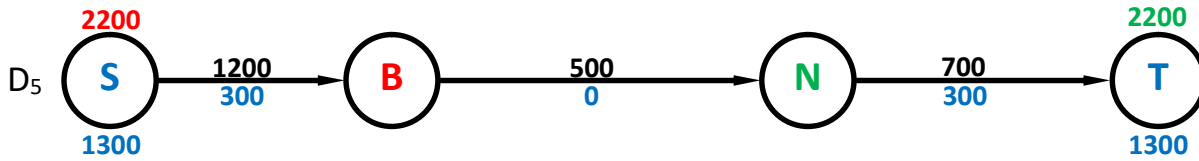
Dupa aceasta incarcare arcul S-A este umplut la maxim si nu mai poate fi folosit la alt drum.



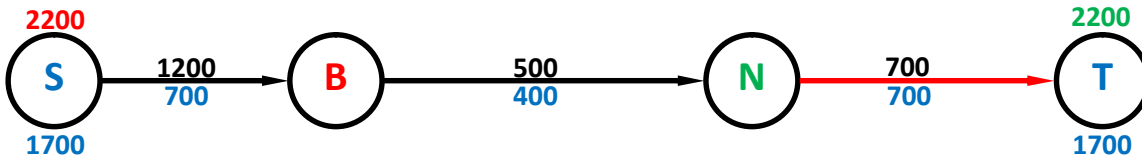
Cantitatile care mai pot trece pe arce: $S \rightarrow B: 1200-0=1200$, $B \rightarrow M: 400-0=400$, $M \rightarrow T: 600-300=300 \Rightarrow$ cea mai mare cantitate care mai poate fi adaugata pe acest drum este $\min\{1200,400,300\} = 300$



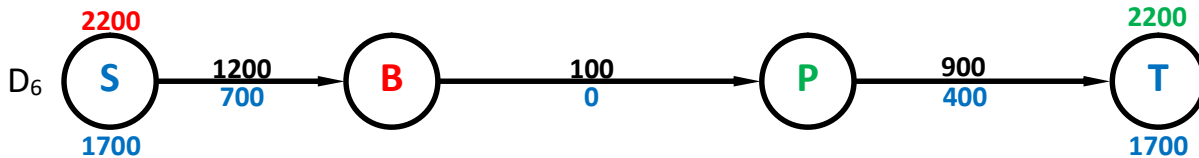
Dupa aceasta incarcare arcul M->T este umplut la maxim si nu mai poate fi folosit la alt drum.



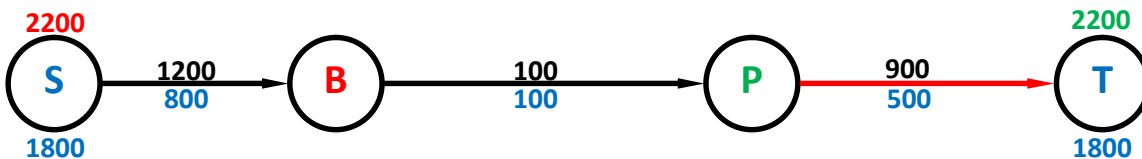
Cantitatile care mai pot trece pe arce: S->B: $1200-300=900$, B->N: $500-0=500$, N->T: $700-300=400 \Rightarrow$ cea mai mare cantitate care mai poate fi adaugata pe acest drum este $\min\{900,500,400\} = 400$



Dupa aceasta incarcare arcul N->T este umplut la maxim si nu mai poate fi folosit la alt drum.

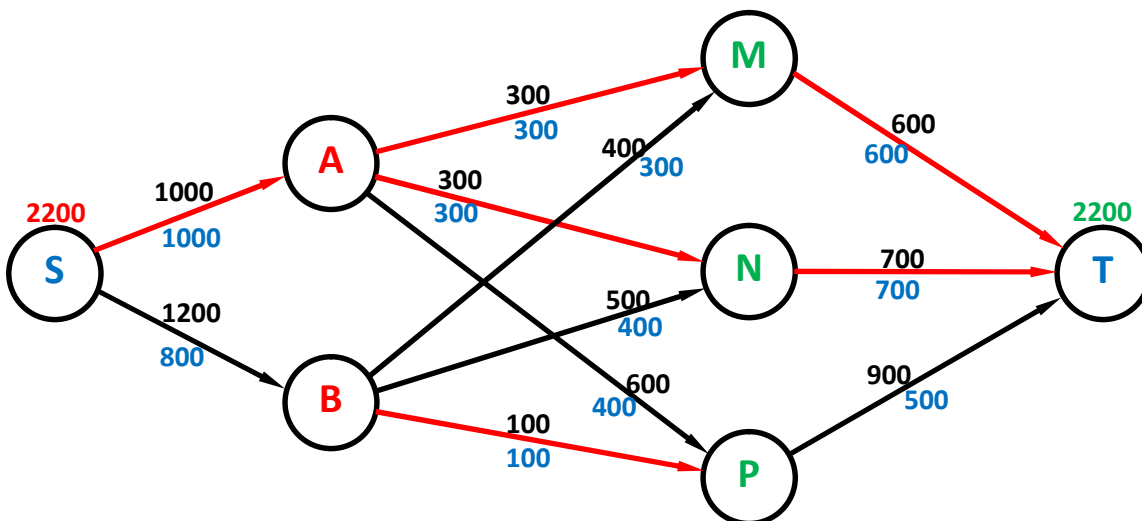


Cantitatile care mai pot trece pe arce: S->B: $1200-700=500$, B->P: $100-0=100$, P->T: $900-400=500 \Rightarrow$ cea mai mare cantitate care mai poate fi adaugata pe acest drum este $\min\{500,100,500\} = 100$



Dupa aceasta incarcare arcul B->P este umplut la maxim si nu mai poate fi folosit la alt drum.

In acest moment nu mai exista nici un drum de la S la T pe care mai putem mari fluxul:



Observatia 1. Daca drumurile erau luate de jos in sus ar fi iesit alt flux, cu 200 mai mare, deci evident cel actual nu e maxim.

Observatia 2. Se observa ca, daca din fluxul dinspre A spre M redirectionam 100 spre P, apoi cei 100 care nu mai ajung din M spre T sunt adusi pe traseul S->B->M, se obtine un flux cu 100 mai mare. Acest fel de redirectionari le cautam la etapa 2.

Etapa II. Gasirea redistribuirilor

Matematic, o redistribuire care maresta fluxul este echivalenta cu un lant de la sursa la destinatie care are urmatoarele 2 proprietati:

P1. Pe toate arcele dinspre sursa spre destinatie mai poate fi marit fluxul ($c - \phi > 0$)

P2. Pe toate arcele dinspre destinatie spre sursa mai poate fi micorat fluxul ($\phi > 0$)

Pentru a gasi astfel de lanturi se foloseste procedeul de marcare:

Pas initializare: Se marcheaza sursa cu '+'

Pas iterativ: pentru fiecare nod x marcat la etapa anterioara se marcheaza cu:

a) '+' toate nodurile nemarcate spre care exista arc dinspre x, pe care mai poate fi marit fluxul

b) '-' toate nodurile nemarcate din care exista arc spre x, pe care se mai poate micora fluxul

Se repeta pasul iterativ pana se ajunge in una din situatiile:

S1. Nu mai poate fi marcat nici un nod si nu a fost marcata destinatia. In acest caz nu mai exista redistribuiri si fluxul actual e cel maxim.

S2. A fost marcata destinatia deci am gasit o redistribuire si o folosim.

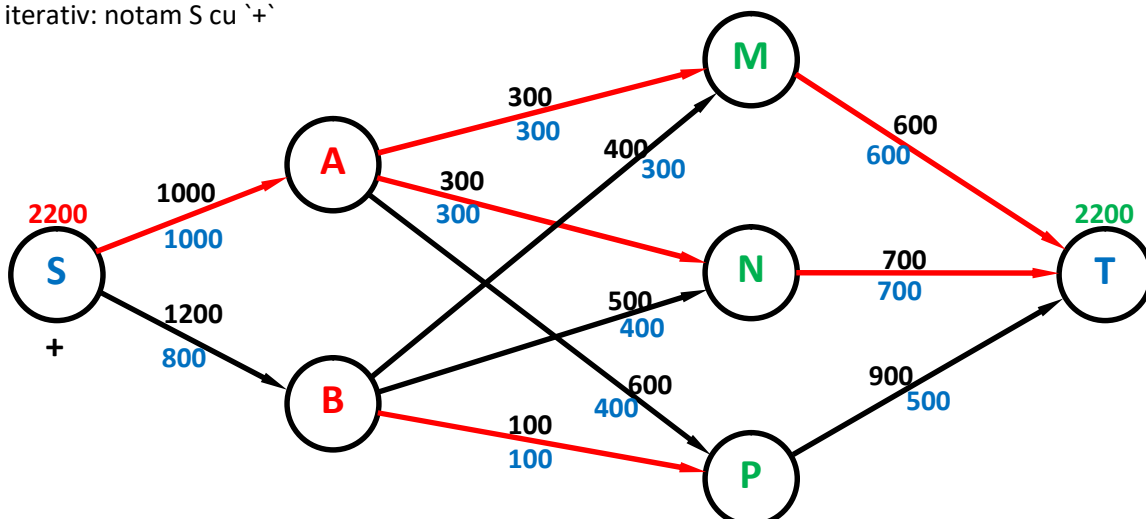
Pas folosire lant: Se calculeaza minimul dintre ce mai e loc pe arcele directe si ce curge pe cele inverse:

$v = \min\{c - \phi / \text{arce directe}, \phi / \text{arce inverse}\}$ si acest v se adauga la fluxul arcelor directe si se scade din fluxul arcelor inverse obtinand in final un flux total mai mare cu v

Dupa utilizarea unui lant marcajul se sterge si se reia procedeul de marcare pana cand se ajunge in situatia S1.

In cazul nostru:

Pas iterativ: notam S cu '+'



Pas iterativ. La pasul anterior a fost marcat nodul S. Analizam arcele care sunt adiacente lui S:

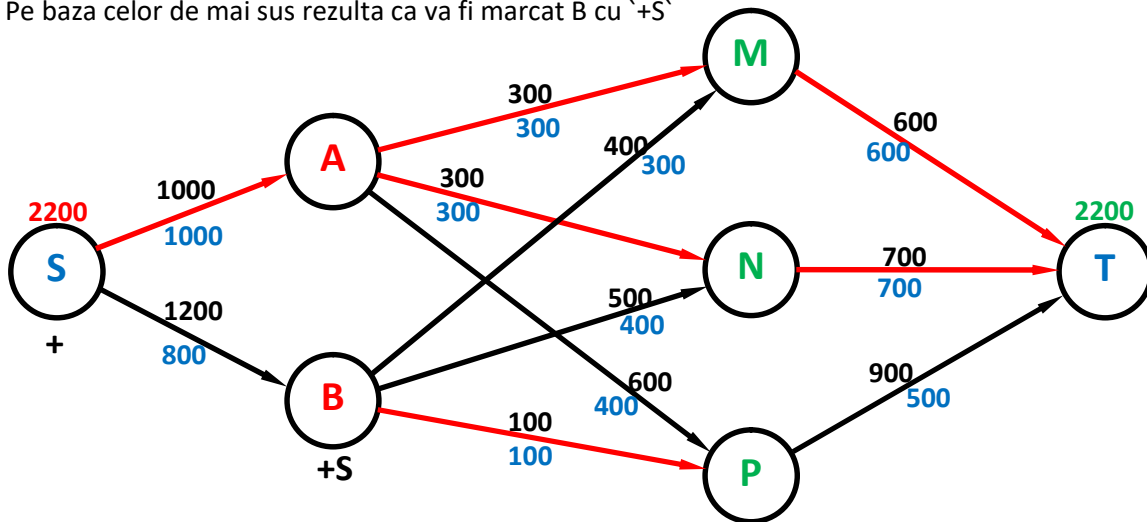
A1) Arce care intra in S: \emptyset

B1) Arce care ies din S: $\{S \rightarrow A, S \rightarrow B\}$

B2) Arce care ies din S pe care mai poate fi marit fluxul: $\{S \rightarrow B\}$

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din S prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: {B}

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat B cu '+S'



Pas iterativ: La pasul anterior a fost marcat nodul B. Analizam arcele care sunt adiacente lui B:

A1) Arce care intra in B: {S->B}

A2) Arce care intra in B pe care mai poate fi micorat fluxul: {S->B}

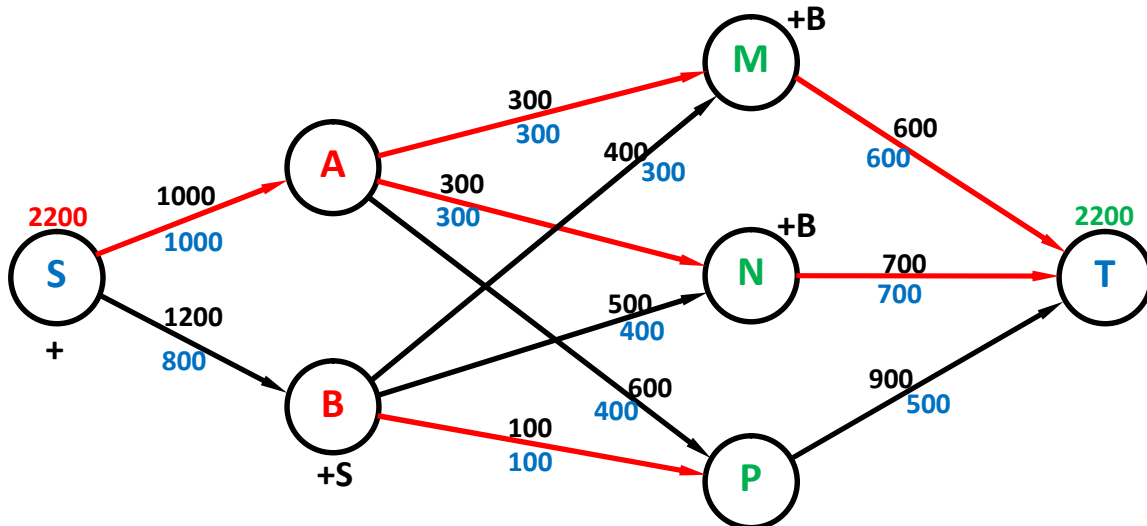
A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in B pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din B: {B->M,B->N,B->P}

B2) Arce care ies din B pe care mai poate fi marit fluxul: { B->M,B->N }

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din B prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: {M,N}

Pe baza celor de mai sus rezulta ca vor fi marcate M si N cu '+B'



Pas iterativ: La pasul anterior au fost marcate nodurile M si N. Analizam arcele care sunt adiacente lui M apoi lui N:

Nodul M:

A1) Arce care intra in M: {A->M,B->M}

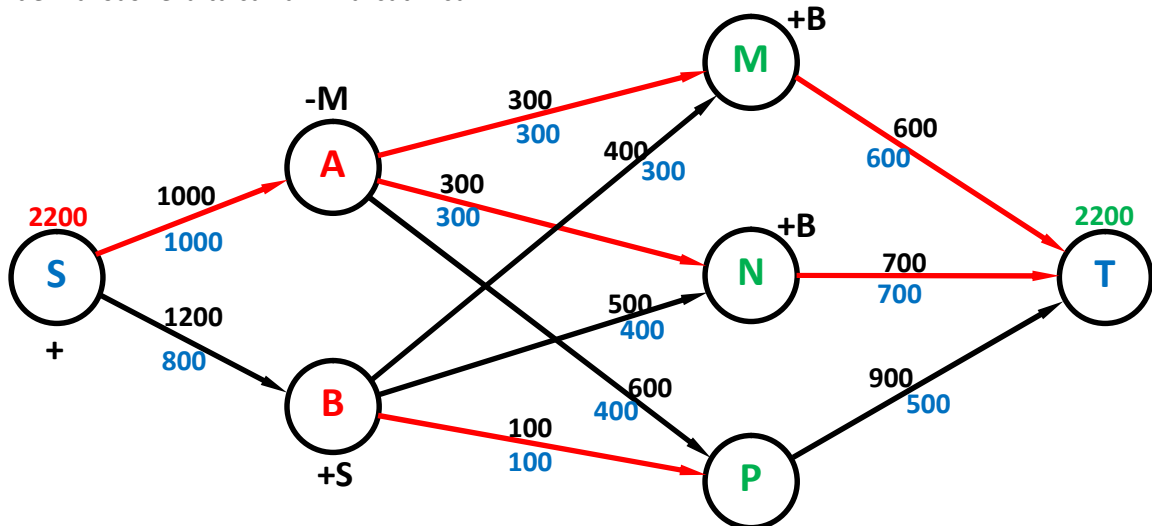
A2) Arce care intra in M pe care mai poate fi micorat fluxul: { A->M,B->M}

A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in M pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: {A}

B1) Arce care ies din M: {M->T }

B2) Arce care ies din M pe care mai poate fi marit fluxul: \emptyset

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat A cu '-M'



Nodul N:

A1) Arce care intra in N: {A->N,B->N}

A2) Arce care intra in N pe care mai poate fi micorat fluxul: { A->N,B->N}

A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in N pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din N: {N->T}

B2) Arce care ies din N pe care mai poate fi marit fluxul: \emptyset

Pe baza celor de mai sus rezulta ca nu va fi marcat nici un nod din cauza lui N

Pas iterativ: La pasul anterior a fost marcat nodul A. Analizam arcele care sunt adiacente lui A:

A1) Arce care intra in A: {S->A}

A2) Arce care intra in A pe care mai poate fi micorat fluxul: {S->A}

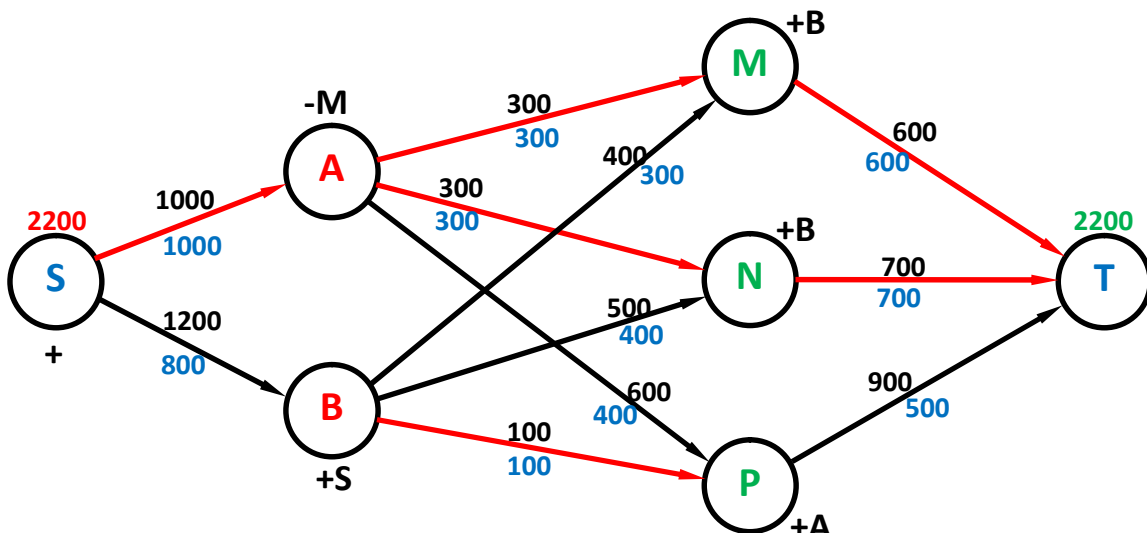
A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in A pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din A: {A->M,A->N,A->P}

B2) Arce care ies din A pe care mai poate fi marit fluxul: { A->P }

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din A prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: {P}

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat P cu '+A'



Pas iterativ: La pasul anterior a fost marcat nodul P. Analizam arcele care sunt adiacente lui P:

A1) Arce care intra in P: {A->P,B->P}

A2) Arce care intra in P pe care mai poate fi micorat fluxul: { A->P,B->P }

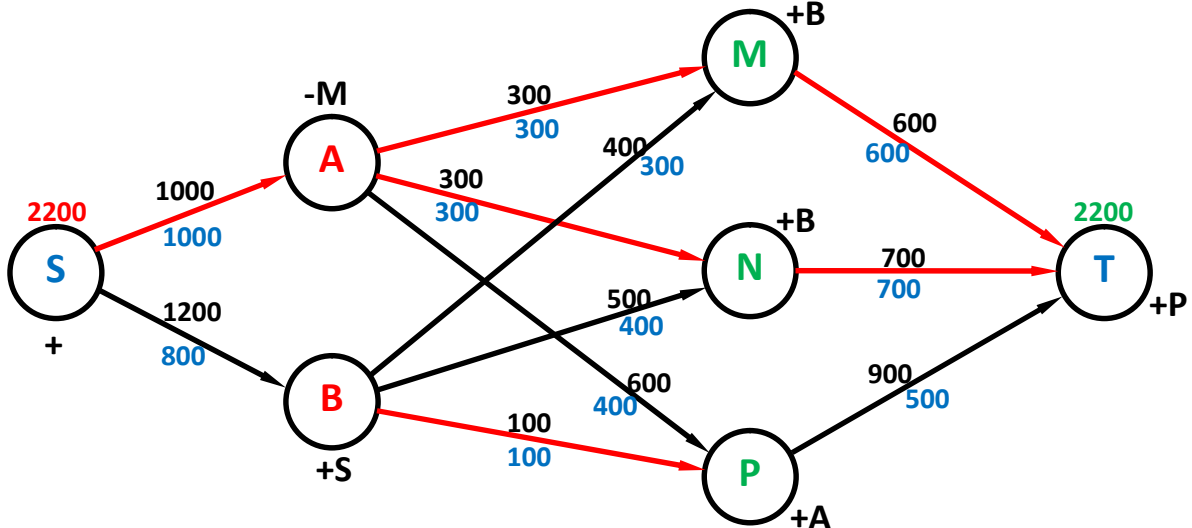
A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in P pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din P: {P->T}

B2) Arce care ies din P pe care mai poate fi marit fluxul: { P->T }

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din P prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: {T}

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat T cu '+P'



In acest moment a fost marcata destinatia, deci am gasit o redistribuire care maresc fluxul iar lantul asociat este gasit pe baza marcajului, plecand inapoi de la nodul T:

Pe T scrie +P, deci P este inaintea lui T si fiind cu + e arc direct: P -> T

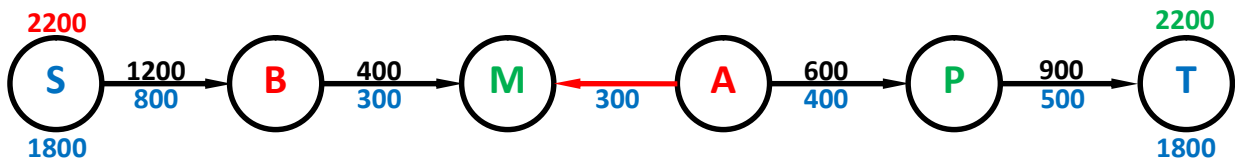
Pe P scrie +A, deci A este inaintea lui P si fiind cu + e arc direct: A -> P

Pe A scrie -M, deci M este inaintea lui A si fiind cu - e arc invers: M <- A

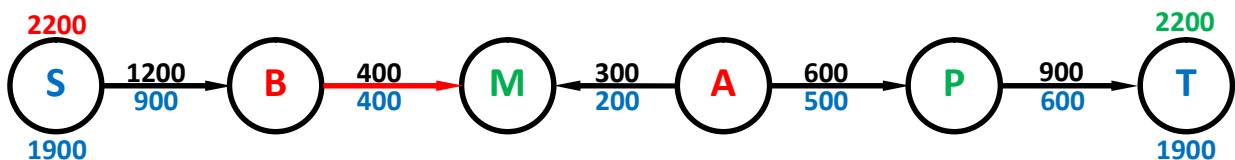
Pe M scrie +B, deci B este inaintea lui M si fiind cu + e arc direct: B -> M

Pe B scrie +S, deci S este inaintea lui B si fiind cu + e arc direct: S -> B

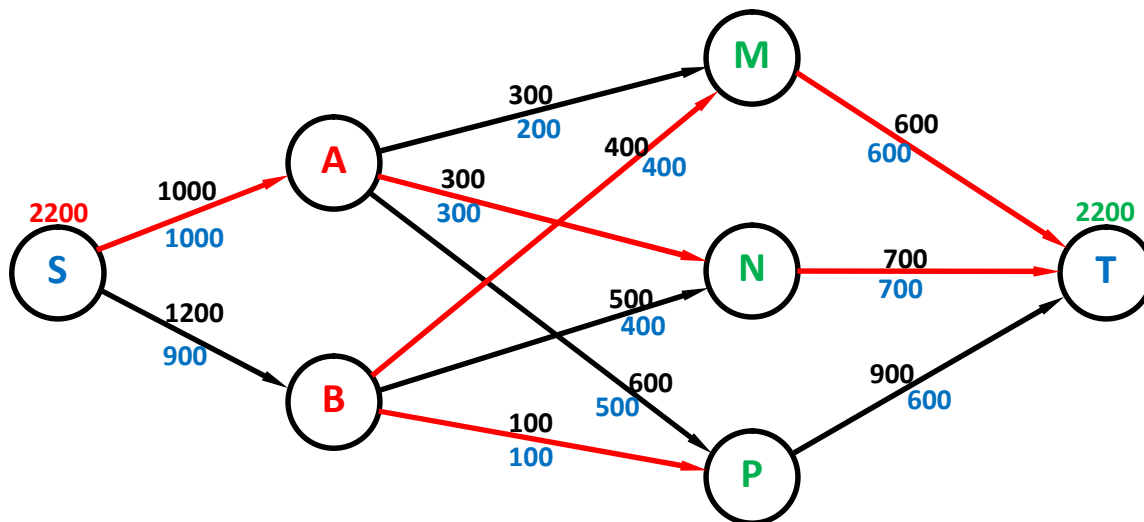
In concluzie lantul corespunzator redistribuirii este:



Valoarea cu care se modifica fluxul este $\min\{1200-800, 400-300, 300, 600-400, 900-500\} = 100$

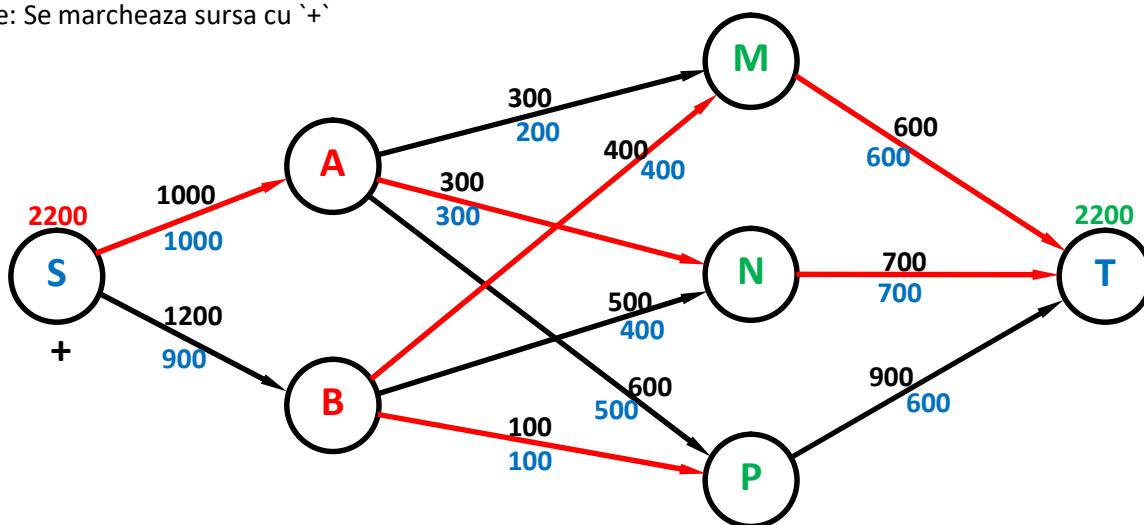


si graful devine:



Reluam marcajul:

Pas initializare: Se marcheaza sursa cu '+'



Pas iterativ. La pasul anterior a fost marcat nodul S. Analizam arcele care sunt adiacente lui S:

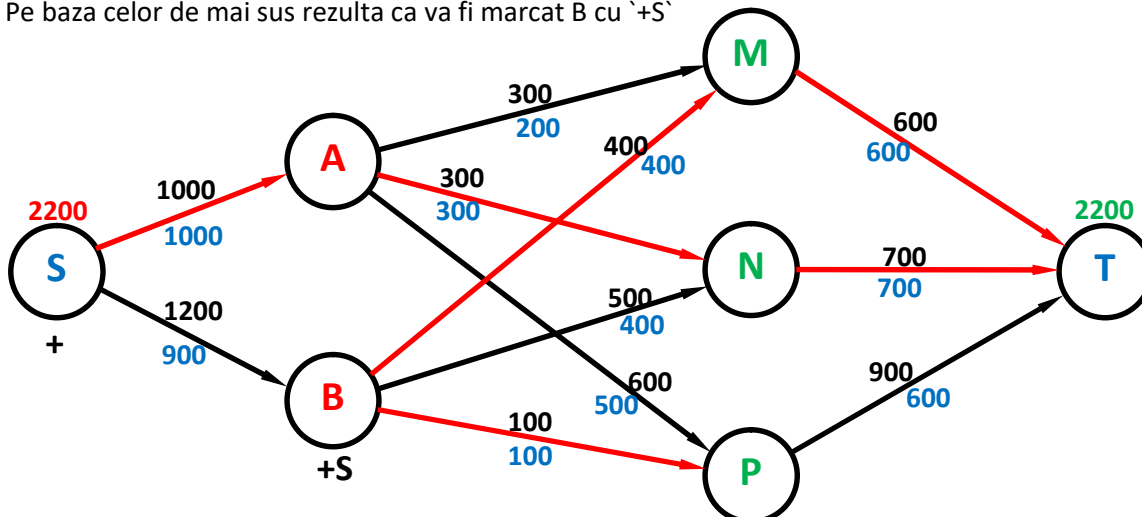
A1) Arce care intra in S: \emptyset

B1) Arce care ies din S: $\{S \rightarrow A, S \rightarrow B\}$

B2) Arce care ies din S pe care mai poate fi marit fluxul: $\{S \rightarrow B\}$

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din S prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: $\{B\}$

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat B cu '+S'



Pas iterativ: La pasul anterior a fost marcat nodul B. Analizam arcele care sunt adiacente lui B:

A1) Arce care intra in B: {S->B}

A2) Arce care intra in B pe care mai poate fi micorat fluxul: {S->B}

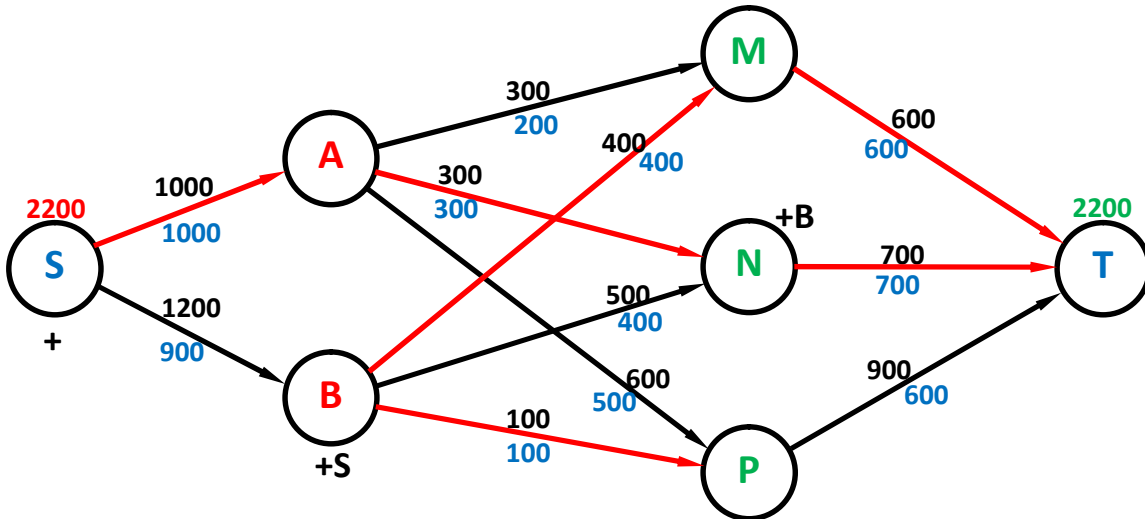
A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in B pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din B: {B->M,B->N,B->P}

B2) Arce care ies din B pe care mai poate fi marit fluxul: { B->N }

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din B prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: {N}

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat N cu '+B'



Pas iterativ: La pasul anterior a fost marcat N. Analizam arcele care sunt adiacente lui N:

Nodul M:

A1) Arce care intra in N: {A->N,B->N}

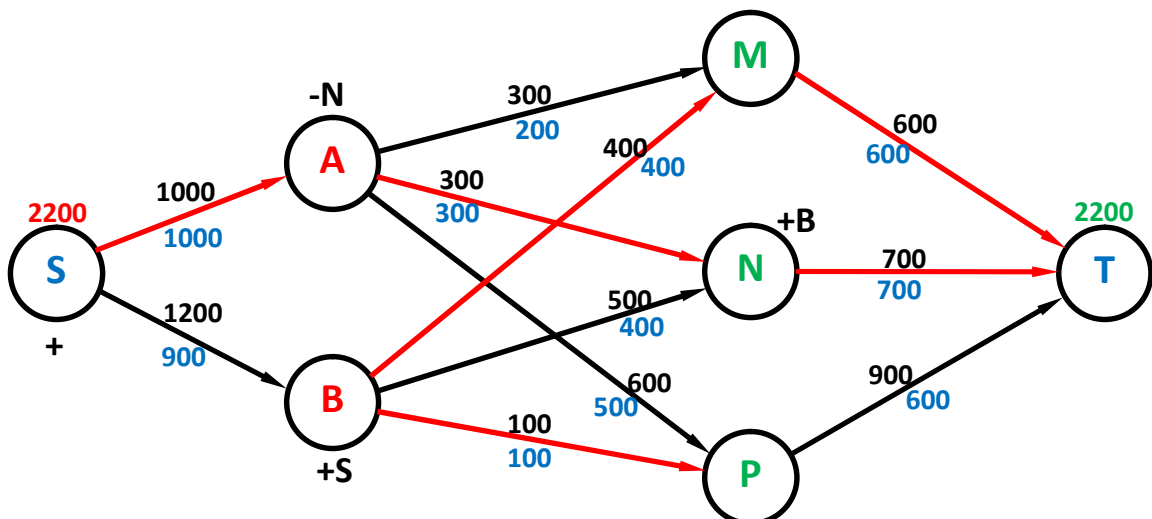
A2) Arce care intra in N pe care mai poate fi micorat fluxul: { A->N,B->N}

A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in N pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: {A}

B1) Arce care ies din N: {N->T }

B2) Arce care ies din N pe care mai poate fi marit fluxul: \emptyset

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat A cu '-N'



Pas iterativ: La pasul anterior a fost marcat nodul A. Analizam arcele care sunt adiacente lui A:

A1) Arce care intra in A: {S->A}

A2) Arce care intra in A pe care mai poate fi micorat fluxul: {S->A}

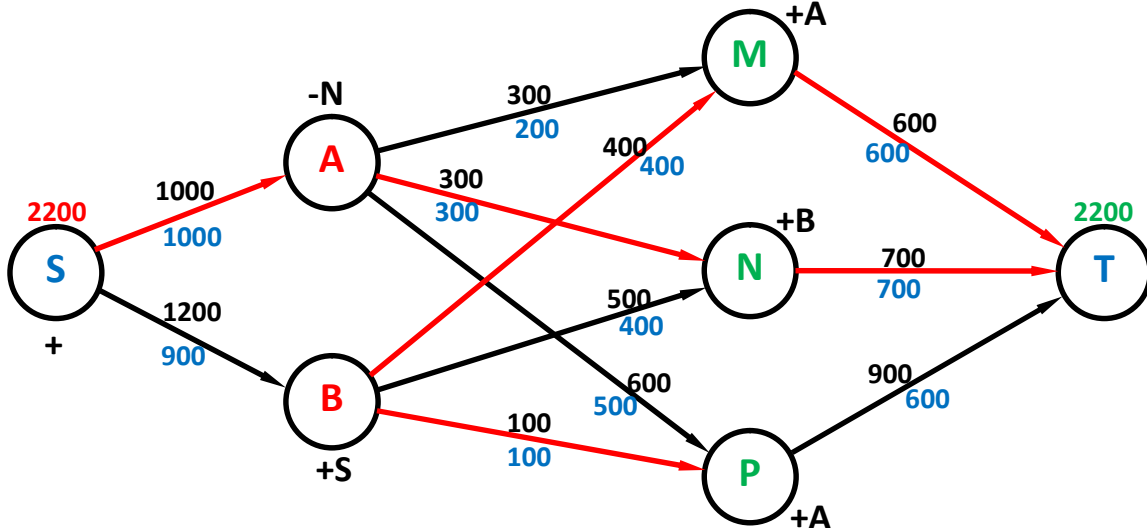
A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in A pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din A: {A->M,A->N,A->P}

B2) Arce care ies din A pe care mai poate fi marit fluxul: { A->M,A->P }

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din A prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: {M,P}

Pe baza celor de mai sus rezulta ca vor fi marcate M si P cu '+A'



Pas iterativ: La pasul anterior au fost marcate nodurile M si P. Analizam arcele care sunt adiacente lui P apoi lui M:

A1) Arce care intra in P: {A->P,B->P}

A2) Arce care intra in P pe care mai poate fi micorat fluxul: { A->P,B->P }

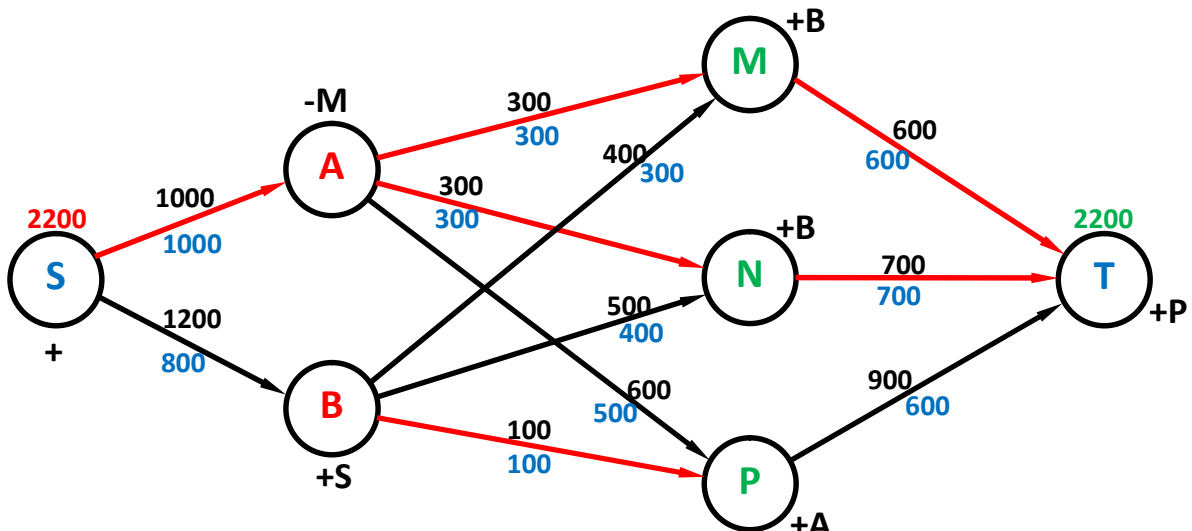
A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in P pe arce pe care mai poate fi micorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din P: {P->T}

B2) Arce care ies din P pe care mai poate fi marit fluxul: { P->T }

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din P prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: {T}

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat T cu '+P'



In acest moment a fost marcata destinatia, deci am gasit o redistribuire care maresc fluxul iar lantul asociat este gasit pe baza marcajului, plecand inapoi de la nodul T:

Pe T scrie +P, deci P este inaintea lui T si fiind cu + e arc direct: P -> T

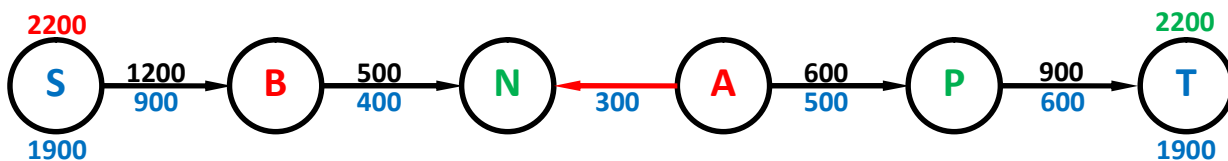
Pe P scrie +A, deci A este inaintea lui P si fiind cu + e arc direct: A -> P

Pe A scrie -N, deci N este inaintea lui A si fiind cu - e arc invers: N <- A

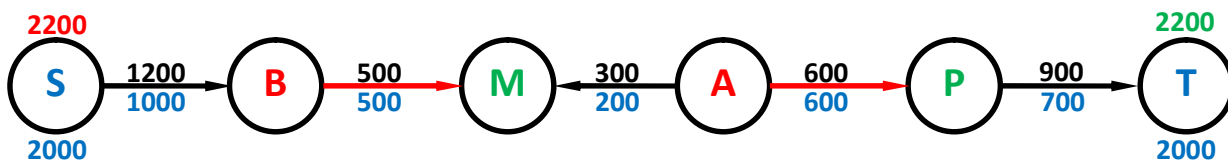
Pe N scrie +B, deci B este inaintea lui N si fiind cu + e arc direct: B -> N

Pe B scrie +S, deci S este inaintea lui B si fiind cu + e arc direct: S -> B

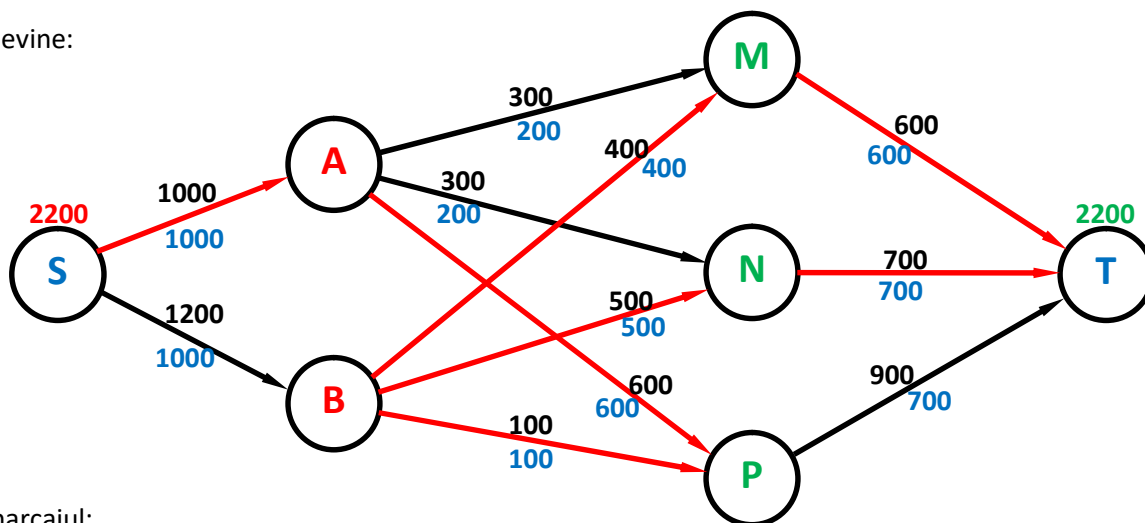
In concluzie lantul corespunzator redistribuirii este:



Valoarea cu care se modifica fluxul este $\min\{1200-900, 500-400, 300, 600-500, 900-600\} = 100$

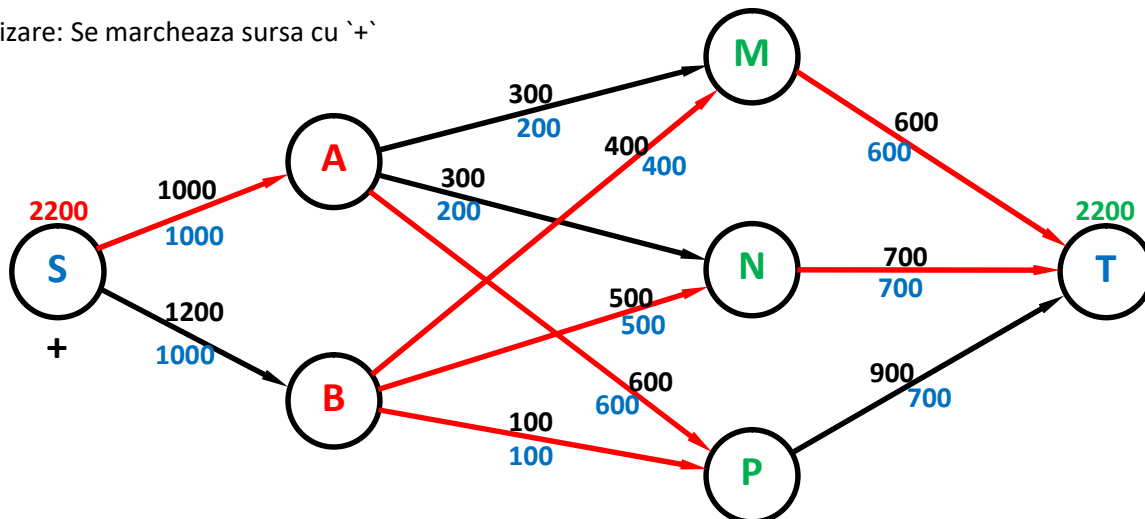


si graful devine:



Reluam marcajul:

Pas initializare: Se marcheaza sursa cu '+'



Pas iterativ. La pasul anterior a fost marcat nodul S. Analizam arcele care sunt adiacente lui S:

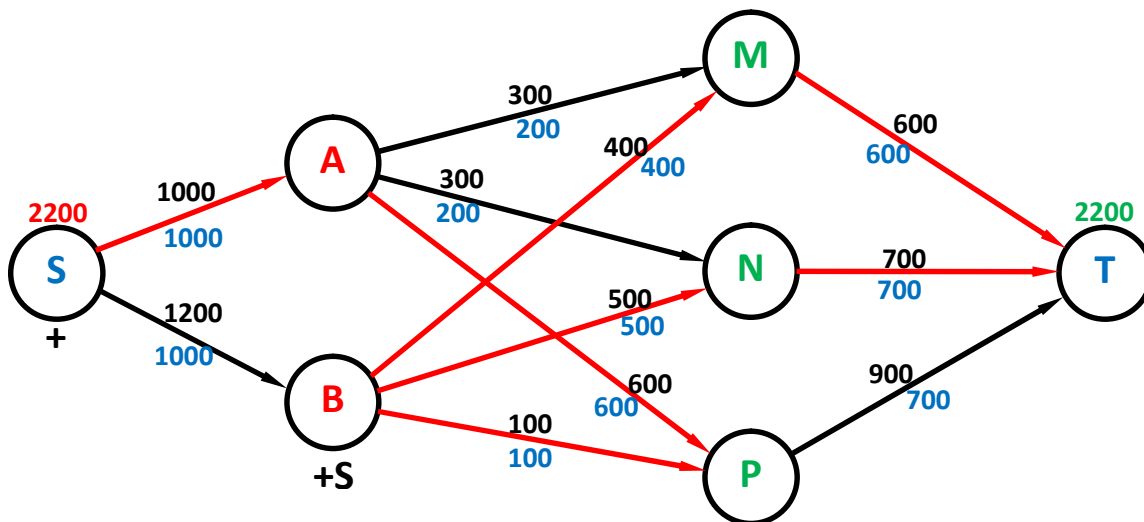
A1) Arce care intra in S: \emptyset

B1) Arce care ies din S: $\{S \rightarrow A, S \rightarrow B\}$

B2) Arce care ies din S pe care mai poate fi marit fluxul: $\{S \rightarrow B\}$

B3) Noduri nemarcate in care se poate ajunge din S prin arce pe care mai poate fi marit fluxul: $\{B\}$

Pe baza celor de mai sus rezulta ca va fi marcat B cu '+S'



Pas iterativ: La pasul anterior a fost marcat nodul B. Analizam arcele care sunt adiacente lui B:

A1) Arce care intra in B: $\{S \rightarrow B\}$

A2) Arce care intra in B pe care mai poate fi micșorat fluxul: $\{S \rightarrow B\}$

A3) Noduri nemarcate din care se poate ajunge in B pe arce pe care mai poate fi micșorat fluxul: \emptyset

B1) Arce care ies din B: $\{B \rightarrow M, B \rightarrow N, B \rightarrow P\}$

B2) Arce care ies din B pe care mai poate fi marit fluxul: \emptyset

Pe baza celor de mai sus rezulta ca la pasul anterior nu a fost marcat nici un nod, deci fluxul curent (2000) este cel maxim.

Pe baza ultimului marcaj putem gasi si prima taietura minima: noduri marcate vs. noduri nemarcate:

